Univ.-Prof. Dr. Kleine
Prof. Dr. Elmar Reucher
Dr. Andreas Dellnitz
Dr. Friedhelm Kulmann
Damian Braschczok

Modulnummer 31811
Planen mit mathematischen Modellen
Leseprobe

Einheit 1-4

Fakultät für
**Wirtschafts-
wissenschaft**

FernUniversität in Hagen

Der Inhalt dieses Studienbriefs wird gedruckt auf Recyclingpapier (80 g/m^2, weiß), hergestellt aus 100 % Altpapier.

Leseprobe

Einheit 1
Projektmanagement - Organisation, Planung, Optimierung

Fakultät für
**Wirtschafts-
wissenschaft**

FernUniversität in Hagen

Inhaltsverzeichnis

1 Projektvorbereitung

Wie schon einleitend im Vorwort beschrieben, ist es durchaus möglich, das Studium an der FernUniversität als »Projekt« zu sehen, da mit dem universitären Abschluss i. d. R. ein klar definiertes Ziel verfolgt wird, für das begrenzte finanzielle, zeitliche und mentale Ressourcen gut verplant und organisiert werden müssen, um das Ziel auch tatsächlich zu erreichen. Zu Beginn des Projekts stehen vorbereitende Tätigkeiten, mit denen sich das vorliegende Kapitel 1 befasst. Darin werden folgende Fragen geklärt: Wann wird eigentlich ein Vorhaben als »Projekt« bezeichnet? Was steckt alles hinter dem Terminus »Projektmanagement«?

In Abschnitt 1.1 werden Begriffsdefinitionen herangezogen sowie charakteristische Merkmale vorgestellt, die als Projektmerkmale überprüfbar sind. Projekte lassen sich je nach Inhalt verschiedenen Kategorien zuordnen. Vor diesem Hintergrund werden in 1.2 Projekte klassifiziert und die Projektarten am Beispiel verdeutlicht. Im weiteren Verlauf des Kapitels richtet sich der Fokus auf die Projektorganisation, die eng mit dem typischen Ablauf eines Projekts verbunden ist (1.3). Ein grober Standard-Ablaufplan wird noch in diesem Kapitel vorgestellt, bevor sich das Augenmerk in Kapitel 2 auf eine konkrete Ablaufplanung richtet, in der quantitative Methoden zum Einsatz kommen.

1.1 Projekte und Projektmanagement

Projekt

Das Deutsche Institut für Normung e. V. (DIN) definiert ein *Projekt* als ein »Vorhaben, das im Wesentlichen durch die Einmaligkeit der Bedingungen in ihrer Gesamtheit gekennzeichnet ist, wie z. B. Zielvorgabe, zeitliche, finanzielle, personelle und andere Begrenzungen; Abgrenzung gegenüber anderen Vorhaben; projektspezifische Organisation« (DIN-Norm 69901). Um zu entscheiden, ob ein Vorhaben als Projekt bezeichnet werden kann oder nicht, sollen die nachfolgenden, aus der Definition ableitbaren *Merkmale* herangezogen werden.

Projektmerkmale

M1 Neuartigkeit

Ist von Neuartigkeit die Rede, treten sich wiederholende Abläufe nicht oder nur in geringem Umfang auf. Mit der Neuartigkeit verbunden sind Unsicherheiten und ein hohes Risiko, da hinsichtlich der Durchführung das vorhandene Know-How meist nicht ausreicht, verlässliche Prognosen beispielsweise über den bevorstehenden Arbeitsaufwand zu erstellen. Besonders wichtig ist eine ausgeprägte Zielorientierung, bei der das zu erbringende Ergebnis, auch Sachziel genannt, sehr genau zu spezifizieren ist. Insbesondere Projekte mit hohem Innovationsgrad müssen gut vorbereitet werden, womit klar ist, dass der Informationsbeschaffung ebenfalls große Bedeutung zukommt.

M2 Abgrenzung
Projekte grenzen sich deutlich von anderen Vorhaben ab. Dies geschieht im Hinblick auf ein begrenztes Budget, die Organisationsform und vor dem Hintergrund einer zeitlichen Befristung. Für Projekte gilt in der Regel ein fester Zeitrahmen, mit einem vorgesehenen Anfangs- oder Starttermin sowie einem vorgesehenen Projektabschluss, zu dem alle Projektziele erfüllt sein sollen. In der Realität laufen Projekte selten ohne Komplikationen ab; in der Presse ist oft zu lesen, dass Termine nicht stichtagsgenau eingehalten werden.

M3 Komplexität
Die Aufgabenstellung in Projekten ist sehr komplex und umfangreich. Zudem existieren zwischen den Teilaufgaben zahlreiche Abhängigkeiten mit dynamischem Charakter, die aufeinander abzustimmen sind. Der Schwierigkeitsgrad der zu verrichtenden Aufgaben steigt nicht zuletzt durch sich ergebende Änderungen, die die Überschaubarkeit zusätzlich erschweren.

M4 Interdisziplinarität
In Projekten ist eine fachgebietsübergreifende Denkweise erforderlich, um Zusammenhänge vollständig zu erfassen und die komplexen Aufgaben bestmöglich zu lösen. Innerhalb eines Unternehmens bedeutet dies meistens, dass Fachkräfte unterschiedlicher Abteilungen zusammenarbeiten müssen. Je nach Organisationsform kann diese Kooperation von Spezialisten aus verschiedenen Abteilungen jedoch dazu führen, dass Konflikte hinsichtlich der Weisungsbefugnisse entstehen.[1]

M5 Bedeutsamkeit
Zuletzt zeichnen sich Projekte dadurch aus, dass sie eine besonders hohe Relevanz bezüglich wirtschaftlichem Erfolg, Akzeptanz und Ressourcenbindung besitzen. Nicht selten ist der Projektumfang von erheblicher Größenordnung, wodurch ein spezifisches Management samt Planung

[1] Hierzu später mehr in Abschnitt 1.3.3.

und Organisation vonnöten ist.

Auf Grundlage der Merkmale M1 bis M5 kann geprüft werden, ob ein Vorhaben auch wirklich als Projekt bezeichnet werden darf. Die Beantwortung dieser Frage »Projekt ja oder nein?« ist hilfreich, da sich die Notwendigkeit und der Einsatz eines systematischen Managements, sprich Projektmanagements, unmittelbar daraus ergibt.

Projektmanagement (PM)

Allgemein setzt sich der Begriff *Projektmanagement (PM)* aus den Wörtern »Projekt« (lateinisch: proicere = vorwärts werfen) und »Management« (lateinisch: manum agere = an der Hand führen) zusammen. Das lässt bereits vermuten, dass es um ein neuartiges Vorhaben geht, für welches eine sorgfältige Anleitung erforderlich ist. Die entsprechende DIN-Norm beschreibt PM als die „Gesamtheit von Führungsaufgaben, -organisation, -techniken und -mitteln für die Initiierung, Definition, Planung, Steuerung und den Abschluss von Projekten“ (DIN 69901-5:2009-01). Daraus lassen sich zwei Hauptfunktionen ableiten, die in diesem Studientext im Fokus stehen: Organisieren (Kapitel 1) und Planen (Kapitel 2).

Erfüllungsgrade von Merkmalen

Die Notwendigkeit von PM ist jedoch nicht immer einwandfrei aus der Erfüllung bzw. dem Erfüllungsgrad der obigen Projektmerkmale abzuleiten. Sie unterliegt oft der subjektiven Einschätzung, wodurch die Bezeichnung eines Vorhabens als Projekt oft willkürlich erscheint. Zur Reduzierung von Willkür können konkrete Bedingungen an die oben formulierten Merkmale geknüpft werden, die allgemein für einen bestimmten Typ von Projekten vereinbart werden. Ein Beispiel für die Erfassung der *Erfüllungsgrade von Merkmalen* könnte die Zuordnung von Prozentzahlen sein, die hier durch Icons repräsentiert werden. (Grad 1, (ca.) 0%, ○), (Grad 2, 25%, ◔), (Grad 3, 50%, ◑), (Grad 4, 75%, ◕), (Grad 5, 100%, ●). Durch die Festlegung von Mindesterfüllungsgraden je Projekttypus lässt sich die Entscheidung, ob ein Vorhaben als Projekt eingestuft werden soll, in gewisser Weise operationalisieren. Im Folgenden gehen wir davon aus, dass M1, M2 und M3 als besonders wichtig erachtet werden und zu 75% (Grad 4) erfüllt sein müssen. Die Bedeutung von M4 und M5 hingegen wird nicht so hoch angesehen; für M4 sei Grad 2 (25%) und für M5 sei Grad 3 (50%) ausreichend: (M1: ◕, M2: ◕, M3: ◕, M4: ◔, M5: ◑).

Für das eingangs erwähnte Fernstudium müsste nun jedes Merkmal hinsichtlich dieser Bedingungen bewertet werden. Vorab muss natürlich eine Beurteilung darüber erfolgen, bis zu welchem Grad das jeweilige Merkmal erfüllt ist. Diese könnte z. B. wie folgt aussehen:

●

M1 Die Neuartigkeit ist in jedem Fall gegeben. Selbst wenn bereits Vorkenntnisse existieren, so werden während des Studiums viele neue Inhalte erarbeitet und sogenannte Softskills erworben.

M2 Ein grober zeitlicher Rahmen ist durch die Prüfungsordnung und die Regelstudienzeit vorgegeben, allerdings machen auch hier bereits das individuelle zeitliche und finanzielle Budget eine klare Abgrenzung unvermeidbar.

M3 Die Komplexität eines Studiums ist gut nachvollziehbar, da oft schwierige und komplexe Themen behandelt werden, die abstraktes Denken und die Anwendung von Problemlösungsstrategien verlangen.

M4 Die Interdisziplinarität leuchtet als Merkmal nicht unmittelbar ein, allerdings sind Studieninhalte und Fragestellungen selten derart abgegrenzt, dass andere Fachbereiche gänzlich außer Acht gelassen werden. Ein Wirtschaftswissenschaftler wird es z. B. stets mit der Mathematik, Statistik, Psychologie und natürlich der Ökonomie selbst zu tun haben und sich oft zwischen den Disziplinen bewegen.

M5 Aufgrund der Ressourcenbindung, seiner Größenordnung und der erheblichen Laufzeit hat das Fernstudium einen Stellenwert, der seine Einmaligkeit unterstreicht und es von gewöhnlichen Vorhaben abhebt.

Als Resultat dieser Merkmalbetrachtung und -bewertung kann festgehalten werden, dass ein Fernstudium unter den gegebenen Bedingungen als Projekt bezeichnet werden darf, da kein Erfüllungsgrad unter den Mindestanforderungen liegt. Somit ist es auch nicht abwegig, die Planung, Steuerung und Kontrolle aller Aufgaben rund um ein Studium im Rahmen von PM durchzuführen.

Es wird allerdings auch deutlich, dass die Merkmale stärker oder schwächer ausgeprägt sein können und es zu Interpretationsspielräumen kommt. Zudem gehen der Bewertung durch Erfüllungsgrade subjektive Einschätzungen voraus, die dem Vorwurf der Willkür standhalten müssen. Dennoch zeigt das obige Beispiel sehr gut, dass der Einschätzung von Vorhaben eine bestimmte Systematik zugrunde liegen sollte, um die aus der Definition eines Projekts abgeleiteten Merkmale zu operationalisieren. Dadurch können Projekte leichter als solche identifiziert und der Einsatz von PM zum Zwecke der Komplexitätsreduktion besser begründet werden.

Übungsaufgabe 1.1

Das Empire State Building in New York wurde von 1930 bis 1931 in nur 410 Arbeitstagen errichtet und war bis 1972 mit einer Gesamthöhe von 449 Metern das höchste Gebäude der Welt. Offensichtlich kann in diesem Zusammenhang von einem Projekt gesprochen werden. Begründen Sie warum! Erfüllt es tatsächlich alle Merkmale M1 bis M5? Verwenden Sie bei der Argumentation Erfüllungsgrade (siehe nebenan).

M1:
M2:
M3:
M4:
M5:

Leseprobe

Einheit 3
Modellierung und Optimierung betriebswirtschaftlicher Probleme

Fakultät für
**Wirtschafts-
wissenschaft**

FernUniversität in Hagen

Inhaltsverzeichnis

3 Spezielle lineare Probleme und Lösungsverfahren

Nachdem wir die Grundlagen zur linearen Programmierung erarbeitet haben, sollen in diesem Kapitel zwei lineare Programme mit spezieller Struktur besprochen werden: das Transport- und das Zuordnungsproblem. Zunächst wird hier jeweils in die Problemformulierung eingeführt. Anschließend werden Ihnen Lösungsverfahren vorgestellt, die nun nicht mehr stets den Anspruch erheben, eine optimale Lösung aufzufinden, dafür aber schnell und ergebnisorientiert akzeptabel arbeiten.

3.1 Einfache Transportprobleme und ihre exakte Lösung

3.1.1 Transportmodelle: Eine kurze Einführung

In einer immer stärker vernetzten Welt stellt sich immer häufiger die Frage, von welchem Ort ausgehend Kunden/innen kostenoptimal bedient bzw. beliefert werden sollen. Dies ist Gegenstand sogenannter Transportmodelle: Sie zeichnen sich dadurch aus, dass ein End- oder ein Zwischenprodukt oder auch ein Faktor (z. B. ein Rohstoff wie Eisen), welches/r in m Lagern in begrenzter Menge verfügbar ist, zu n Nachfrageorten bzw. Kunden/innen transportiert werden soll. Es ist also unter Kostenaspekten darüber zu entscheiden, welche Menge – von nun an allgemein mit x_{ij} bezeichnet – des Gutes vom Lager i ($i = 1, \ldots, m$) zum Nachfrageort j ($j = 1, \ldots, n$) zu transportieren ist. Die Merkmale eines solchen Problems sind zusammengefasst:

Transportmodelle

Merkmale einfacher Transportmodelle

1. Die Gesamtkosten $\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \cdot x_{ij}$ sind zu minimieren; die Einheitstransportkosten c_{ij} verhalten sich proportional zur Transportmenge von i zu j.
2. Die angebotenen/gelagerten Mengen b_i^L und die nachgefragten b_j^N sind bekannt.

3. Die nachgefragte Menge soll gedeckt sein; es soll also gelten $\sum_{i=1}^{m} b_i^L \geq \sum_{j=1}^{n} b_j^N$
4. Die Transportmengen x_{ij} $(i = 1, \ldots, m)$ $(j = 1, \ldots, n)$ sind nichtnegativ; ein Rücktransport (vom Nachfrager zum Lager) ist mithin unzulässig.

Bevor das entsprechende mathematische Problem formal präzise erfasst wird, betrachten wir zunächst ein Beispiel.

Beispiel 3.1
Wir widmen uns erneut der Sägeblattproduktion aus Kapitel 2. Hier wurden zwei Typen produziert: kleine und große Sägeblatter. Große Sägeblatter werden nur an Industriekunden verkauft und auch direkt zu ihnen geliefert, die kleinen Sägeblatter hingegen sind ausschließlich für Baumärkte bestimmt. Angenommen, die Sägeblattproduktion hat neben dem Hauptlager in Düsseldorf noch 2 weitere Lagerstätten für kleine Sägeblatter in Nordrhein-Westfalen. Die Geschäftsführung überlegt nun, wie die 4 Hauptbaumärkte monatlich kostenminimal beliefert werden können. Die fixen – also die mengenunabhängigen – Kosten für die angestellten Fahrer/innen und Fahrzeuge sind dabei zu vernachlässigen. Die Stück- bzw. Einheitstransportkosten – also die mengenabhängigen – sind proportional zu den Entfernungen der Lager- und Lieferorte 30 Cent pro gefahrenem Kilometer. Die Entfernungen in Kilometern [km] dazu lauten:

Nachfrageort j / Lagerort i	Essen (E)	Oberhausen (OB)	Köln (K)	Bonn (BN)
Düsseldorf (D)	36	40	44	76
Dortmund (DO)	37	49	97	124
Aachen (AC)	127	131	85	93

Wie lässt sich aus dieser Entfernungsmatrix eine Einheitstransportkostenmatrix bestimmen?

Weiterhin sind die folgenden Paketmengen an kleinen Sägeblattern eingelagert:

Lagerort i	gelagerte Pakete b_i^L
Düsseldorf (D)	5000
Dortmund (DO)	4000
Aachen (AC)	2500

Der Liefertermin ist fest und soll immer der erste Werktag des Monats sein; dieser ist damit keine weiter relevante Entscheidungsgröße bzw. Modellkomponente. Die vier Baumärkte fragen pro Monat folgende Paketmengen nach:

Nachfrageort j	nachgefragte Pakete b_j^N
Essen (E)	3500
Oberhausen (OB)	2000
Köln (K)	4000
Bonn (BN)	2000

Mit diesen Informationen lässt sich folgendes lineare Programm formulieren, wobei sowohl Lager- als auch Nachfrageorte mit ihren jeweiligen Zeilen- bzw. Spaltennummern identifiziert werden:

$$
\begin{array}{llllllllll}
\min z = & 10{,}8x_{11} & + & 12x_{12} & + & 13{,}2x_{13} & + & 22{,}8x_{14} & + & \ldots \\
 & 11{,}1x_{21} & + & 14{,}7x_{22} & + & 29{,}1x_{23} & + & 37{,}2x_{24} & + & \ldots \\
 & 38{,}1x_{31} & + & 39{,}3x_{32} & + & 25{,}5x_{33} & + & 27{,}9x_{34} & & \text{(Kosten)} \\
\text{u.d.N.} & x_{11} & + & x_{12} & + & x_{13} & + & x_{14} & \leq & 5000\text{(D)} \\
 & x_{21} & + & x_{22} & + & x_{23} & + & x_{24} & \leq & 4000\text{(DO)} \\
 & x_{31} & + & x_{32} & + & x_{33} & + & x_{34} & \leq & 2500\text{(AC)} \\
 & x_{11} & + & x_{21} & + & x_{31} & & & \geq & 3500\text{(E)} \\
 & x_{12} & + & x_{22} & + & x_{32} & & & \geq & 2000\text{(OB)} \\
 & x_{13} & + & x_{23} & + & x_{33} & & & \geq & 4000\text{(K)} \\
 & x_{14} & + & x_{24} & + & x_{34} & & & \geq & 2000\text{(BN)} \\
 & & & \multicolumn{5}{r}{x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{21}, x_{22}, \ldots, x_{34}} & \geq & 0
\end{array}
$$

Das Ziel ist hier die Minimierung der Gesamtkosten, die sich aus den Einheitstransportkosten und den noch unbekannten zu transportierenden Paketmengen zusammensetzen. Die ersten drei Nebenbedingungen stellen sicher, dass nicht mehr Pakete ausgeliefert werden können, als an den Standorten eingelagert ist. Die nächste Gruppe von Restriktionen fordert die Erfüllung der Nachfrage; abschließend finden Sie die Nichtnegativitätsbedingungen.

Nachdem wir die wesentlichen Charakteristika eines Transportproblems exemplifizierten, werden sie jetzt in einer formalen Definition festgehalten.

Definition 3.1
Eine zu minimierende lineare Zielfunktion z und $m+n$ lineare Restriktionen der Form

$$\begin{array}{lllll} \min & z = & \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \cdot x_{ij} & & \\ \text{u.d.N.} & & \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leq & b_i^L & (i = 1, \dots, m) \\ & & \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \geq & b_j^N & (j = 1, \dots, n) \\ & & x_{11}, \dots, x_{mn} \geq & 0 & \end{array}$$

*werden zusammengenommen **Transportmodell** genannt.*

Ihnen ist natürlich aufgefallen, dass wir in Definition 3.1 nur Nichtnegativität forderten, nicht aber auch Ganzzahligkeit. In dem eingeführten Beispiel geht es jedoch um die Auslieferung von Paketen; es sollten also eigentlich nur ganze Pakete versendet werden. Der in Definition 3.1 ausgeführte Modelltyp hat jedoch ein spezielles Merkmal, weswegen eine solche zusätzliche Bedingung nicht erforderlich ist. Das bedeutet: Sie erhalten – auch ohne eine Ganzzahligkeitsforderung – bei Lösung dieses Problems stets eine ganzzahlige Lösung. Betrachten wir z. B. die rechte Seite des zuvor eingeführten Transportproblems, so liegt die Vermutung nahe, dass eine optimale Lösung dann ganzzahlig ist wenn auch alle b_i ganzzahlig sind. Dies ist auch schon ein guter struktureller Zugang, allerdings ist diese Beobachtung allein nicht hinreichend, um die Ganzzahligkeit einer optimalen Lösung zu plausibilisieren.

3.1.2 Exkurs zur totalen Unimodularität

Das Wechselspiel zwischen der Koeffizientenmatrix $\boldsymbol{A}$ der Nebenbedingungen und dem Begrenzungsvektor $\boldsymbol{b}$ entscheidet letztlich darüber, ob eine optimale Lösung ganzzahlig ist oder nicht. Wenn also diese beiden Komponenten bestimmte Strukturen annehmen, dann folgt daraus Ganzzahligkeit einer Lösung. Dazu zunächst:

Definition 3.2
Eine Determinante ist eine Zahl, die einer beliebigen quadratischen Matrix $\mathbf{M}$ *eindeutig zugeordnet werden kann; sie wird symbolisch oftmals mit* $\det \mathbf{M}$ *oder* $|\mathbf{M}|$ *abgekürzt.*

Determinanten

Diese Definition liest sich zugegebenermaßen etwas kryptisch; wir benötigen jedoch Determinanten, um die oben angedeutete spezielle Struktur der Koeffizientenmatrix $\boldsymbol{A}$ zu untersuchen. Ohne also den Sachinhalt von Determinanten

Leseprobe

Einheit 4

Stochastische Simulation - Techniken und Anwendungen

Fakultät für

Wirtschafts-wissenschaft

FernUniversität in Hagen

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 3

Techniken der stochastischen Simulation

3.1 Modellaufbau und Simulationsablauf

Einen vereinfachten Ablauf für ein Simulationsprojekt zeigt Abbildung 3.1. Im ersten Schritt ist das Problem zu formulieren.

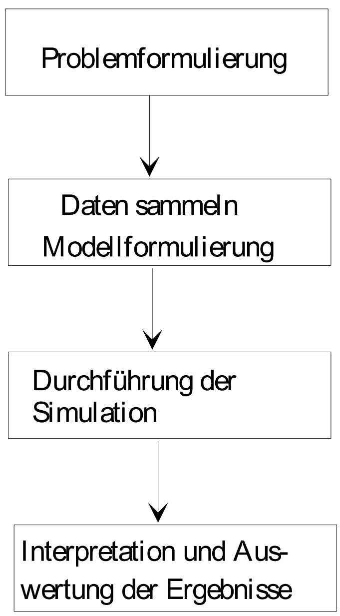

Abbildung 3.1: Ablauf eines Simulationsprojektes.

Dazu muss das zu erreichende Ziel klar definiert werden, um später die mit der Simulationsstudie erhaltenen Ergebnisse auch bewerten zu können. Anschließend sind Daten zu sammeln und ist das Modell zu formulieren. In dieser Phase werden die Modellvariablen mit ihren Ausprägungen definiert, wobei die Variablentypen entweder diskret oder kontinuierlich sein können. Ferner lassen sich die Modellvariablen in *Input-* und *Outputvariable* differenzieren, wobei man Inputvariable noch näher in *exogene* Variable und *Zustandsvariable* unterteilen kann. Genauer:

Inputvariable

- *Exogene Variable* sind die Modellparameter, die vom Modellbauer für mehrere Simulationsläufe variiert werden können.

exogene Variable

- *Zustandsvariable* bezeichnen den Status der Systemelemente zu einem festen Zeitpunkt. Da wir hier ausschließlich stochastische Modelle betrachten, gehorchen die Realisationen der Zustandsvariablen gewissen Verteilungen, die mit den exogenen in einem funktionalen Zusammenhang zu den Outputvariablen stehen.

Zustandsvariable

- *Outputvariable* sind die für den Modellbauer interessierenden Modellgrößen, über deren Verhalten durch Simulation Kenntnisse gewonnen werden sollen.

Outputvariable

Danach folgt die eigentliche Simulation, mit der das Verhalten der Zustandsvariablen simuliert und ihre Wirkung auf das Verhalten der Outputvariablen analysiert wird. Die Ergebnisse sind abschließend zu interpretieren und zu bewerten. Für eine detaillierte Darstellung vergleiche man auch Krüger [11] (Seite 42ff.).

Die Aufgaben der stochastischen Simulation im Einzelnen sind:

1. Bestimmung der Eingangsgrößen und Parameter für die einzelnen Simulationsläufe durch Erzeugen von Zufallszahlen zu vorgegebenen Verteilungen.

2. Bestimmung der Genauigkeit der mit einer Simulation erzielten Ergebnisse.

Während die unter Punkt 2. geforderte Genauigkeitsbestimmung mit dem Konfidenzintervall aus (2.5) auf Seite 17 erfolgen kann, bleibt noch zu klären, wie die für eine stochastische Simulation notwendigen Zufallszahlen erzeugt werden. Lesen Sie hierzu den folgenden Abschnitt.

3.2 Die Monte-Carlo-Methode

Bei der Monte-Carlo-Methode handelt es sich um ein numerisches Verfahren, bei dem zuerst ein stochastisches Modell zu einem gegebenen Problem aufgestellt wird und dann die Zufallsgrößen in dem Modell mit Hilfe von Zufallsvariablen realisiert werden. Die Kernidee der Methode liegt darin, mittels eines Zufallszahlengenerators (kurz: *Zufallsgenerator*) eine Vielzahl von Zufallszahlen zu erzeugen und sie dem Simulationsprozess zur Verfügung zu stellen, vgl. RUNZHEIMER [16] (Seite 261).

Zufallsgenerator

3.2.1 Historischer Hintergrund

Erste intensive Forschungen auf dem Gebiet der Monte-Carlo-Methode wurden während des zweiten Weltkrieges im Zusammenhang mit Arbeiten bei der Herstellung der Atombombe betrieben. Dabei gerieten die Forscher in einen Engpass, da die komplexen mathematischen Gleichungen zur Beschreibung sämtlicher Vorgänge während einer Kernwaffenexplosion mit bis dahin bekannten analytischen Methoden nicht zu lösen waren. Ebenso konnte man natürlich auch keine Kernwaffenversuche im Labor durchführen. Der Ausweg bestand dann darin, eine Kernwaffenexplosion mit Hilfe mathematischer Gleichungen "auf dem Papier" experimentell zu simulieren. Damit war es möglich, sämtliche für den Versuch interessierende physikalische Größen zu gewinnen, so als habe man sie bei einem richtigen Versuch gemessen. Da bei dieser Methode Tabellen von Zufallsvariablen eine zentrale Rolle spielten, die aus Ergebnissen beim Roulettspiel in dem berühmten Casino von Monte-Carlo stammten, wurde sie von den Wissenschaftlern *Monte-Carlo-Methode* genannt. Offiziell wurde die Monte-Carlo-Methode 1949 von den

Monte-Carlo-Methode

amerikanischen Mathematikern Metropolis und Ulam eingeführt.

3.2.2 Ablauf der Monte-Carlo-Methode

Für die Simulation stochastischer Prozesse wird die Monte-Carlo-Methode immer dann verwendet, wenn die Struktur oder das Verhalten von Systemelementen repräsentiert werden müssen, deren Wahrscheinlichkeitsverteilung bekannt ist. Die Monte-Carlo-Methode läuft in folgenden Schritten ab:

Ablauf der Monte-Carlo-Methode

1. Abstraktion der realen Situation auf ein Modell und Festlegung der entscheidungsrelevanten Outputgröße(n).

2. Auswahl der unsicheren Inputgrößen und schätzen ihrer Wahrscheinlichkeitsverteilung (W-Verteilung).

3. Generieren von Inputdaten aus der geschätzten W-Verteilung über Zufallszahlen.

4. Berechnung der Outputgrößen für mehrere Datenkonstellationen.

5. Schätzen der (Parameter der) Wahrscheinlichkeitsverteilung der Outputgröße(n).

Das Kernstück der Monte-Carlo-Methode besteht in Schritt 3., wo mittels Zufallszahlen Stichproben in der Weise zu erzeugen sind, dass sie die tatsächlichen Gegebenheiten eines stochastischen Prozesses annähernd gut beschreiben. Dabei kommt der Wahl der Zufallszahlen eine wesentliche Bedeutung zu.
Lesen Sie hierzu im folgenden Abschnitt.

3.2.3 Erzeugung von Zufallszahlen

echte Zufallszahlen
Pseudozufallszahlen

Man unterscheidet zwischen *echten* Zufallszahlen und *Pseudozufallszahlen.*

000 000 000 (00/19)

00000-0-00-S1