Musterlösung zur Einsendearbeit: Kurs 00695KE1, Steuerinzidenz im generellen Gleichgewicht

Aufgabe 1

Betrachten Sie eine geschlossene Volkswirtschaft. Vor Einführung von Steuern und Subventionen werde die Wirtschaft durch folgendes Gleichungssystem beschrieben.

$$\theta_{LM}\hat{w} + \theta_{KM}\hat{r} = \hat{p}_M \tag{1}$$
$$\theta_{LF}\hat{w} + \theta_{KF}\hat{r} = \hat{p}_F \tag{2}$$
$$\lambda_{LM}\hat{M} + \lambda_{LF}\hat{F} + \lambda_{LM}\hat{a}_{LM} + \lambda_{LF}\hat{a}_{LF} = \hat{L} \tag{3}$$
$$\lambda_{KM}\hat{M} + \lambda_{KF}\hat{F} + \lambda_{KM}\hat{a}_{KM} + \lambda_{KF}\hat{a}_{KF} = \hat{K} \tag{4}$$
$$\hat{M} - \hat{F} = -\sigma_D(\hat{p}_M - \hat{p}_F) \tag{5}$$

mit

$$\delta_L := \lambda_{LM}\theta_{KM}\sigma_M + \lambda_{LF}\theta_{KF}\sigma_F$$
$$\delta_K := \lambda_{KM}\theta_{LM}\sigma_M + \lambda_{KF}\theta_{LF}\sigma_F$$
$$|\theta| = \theta_{LM} - \theta_{LF} = \theta_{KF} - \theta_{KM}$$
$$|\lambda| = \lambda_{KF} - \lambda_{LF} = \lambda_{LM} - \lambda_{KM}$$

M steht dabei für den Sektor „Industrie“ und F für den Sektor „Landwirtschaft“. Das Symbol $\hat{}$ bezeichnet die relative Änderung einer Variablen. Nehmen Sie an, dass der Sektor M kapitalintensiv und der Sektor F arbeitsintensiv produziere.
Die Regierung plant, die Produktionsfaktoren zu besteuern. Die dabei Verwendung findenden Wertsteuern t_M und t_F sind innerhalb der Sektoren für beide Faktoren identisch, aber zwischen den Sektoren verschieden. Es gelte $t_M > t_F$.

a) Welche Gleichgewichtsbedingungen werden durch die Gleichungen (1) - (5) beschrieben? *(10 Punkte)*

b) Fügen Sie die beiden Steuern in das Modell ein. Zeigen Sie, dass sich die Faktorsteuern in sektorspezifische Konsumgütersteuern mit den Steuersätzen t_M und t_F überführen lassen. *(42 Punkte)*

c) Stellen Sie das reduzierte Gleichungssystem in Abhängigkeit von $(\hat{M} - \hat{F})$, $(\hat{w} - \hat{r})$ und $(\hat{p}_M - \hat{p}_F)$ auf, wobei p_M und p_F die Verbraucherpreise bezeichnen sollen. *(16 Punkte)*

d) Zeigen Sie algebraisch, wie die Konsumsteuern t_M und t_F auf

   - die Produktionsstruktur $\hat{M} - \hat{F}$,
   - das Verbraucherpreisverhältnis $\hat{p}_M - \hat{p}_F$,
   - das Produzentenpreisverhältnis $\hat{p}^s_M - \hat{p}^s_F$,
   - das Faktorpreisverhältnis $\hat{w} - \hat{r}$

   wirken. *(32 Punkte)*

a) Gleichungen (1) und (2) sind die Nullgewinnbedingungen, die Gleichungen (3) und (4) die Vollbeschäftigungsbedingungen und die Gleichung (5) beschreibt die Markträumung auf der Nachfrageseite. (10 Punkte)

b) Seien die Bruttofaktorpreise mit w_M^b, r_M^b, w_F^b und r_F^b bezeichnet. Dann gilt

$$\begin{aligned} w_M^b &= (1+t_M)w, \\ r_M^b &= (1+t_M)r, \\ w_F^b &= (1+t_F)w, \\ r_F^b &= (1+t_F)r. \end{aligned}$$

Differenzierung der Gleichungen nach der Zeit sowie Beachtung von $t_{i0} = 0$, $dt_i = t_i$ mit $i = M, F$ gibt

$$\begin{aligned} & dw_M^b = (1+t_M)dw + dt_M w \\ \Leftrightarrow & \frac{dw_M^b}{w_M^b} = \frac{dw}{w} + t_M \\ \Leftrightarrow & \hat{w}_M^b = \hat{w} + t_M. \end{aligned} \tag{6}$$

Analog erhält man

$$\hat{r}_M^b = \hat{r} + t_M, \tag{7}$$

$$\hat{w}_F^b = \hat{w} + t_F, \tag{8}$$

$$\hat{r}_F^b = \hat{r} + t_F. \tag{9}$$

Einsetzen von (6) - (9) in die Gleichungen (1) und (2) ergibt

$$\begin{aligned} & \theta_{LM}(\hat{w} + t_M) + \theta_{KM}(\hat{r} + t_M) = \hat{p}_M \\ \Leftrightarrow\ & \theta_{LM}\hat{w} + \theta_{KM}\hat{r} = \hat{p}_M - t_M \end{aligned} \tag{10}$$

und

$$\theta_{LF}\hat{w} + \theta_{KF}\hat{r} = \hat{p}_F - t_F. \tag{11}$$

Einsetzen von (6) - (9) in die Definitionen der a_{ij}; $i = L, K$; $j = M, F$ ergibt

$$\begin{aligned} a_{LM} &= -\theta_{KM}\sigma_M(\hat{w} + t_M - \hat{r} - t_M) \\ &\quad -\theta_{KM}\sigma_M(\hat{w} - \hat{r}), \\ a_{KM} &= \theta_{LM}\sigma_M(\hat{w} - \hat{r}), \\ a_{LF} &= -\theta_{KF}\sigma_F(\hat{w} - \hat{r}), \\ a_{KF} &= \theta_{LF}\sigma_F(\hat{w} - \hat{r}). \end{aligned}$$

Die Gleichungen (3),(4) und (5) werden nicht beeinflusst.

Es sei angenommen, dass auf den Konsum der beiden Güter Mehrwertsteuern mit den Steuersätzen t_M und t_F erhoben werden. Es gilt $p_M^s(1+t_M) = p_M$ und $p_F^s(1+t_F) = p_F$. Differenzieren der Gleichungen nach der Zeit und Beachtung von $t_{i0} = 0$, $dt_i = t_i$ mit $i = M, F$ gibt

$$\begin{aligned} \hat{p}_M^s &= \hat{p}_M - t_M, \\ \hat{p}_F^s &= \hat{p}_F - t_F. \end{aligned}$$

Einsetzen in (1) und (2) liefert (10) und (11). Da die Güterpreise nicht in die Definitionen der a_{ij}; $i = L, K$; $j = M, F$ eingehen, bleiben diese unverändert, so dass (3) und (4) nicht verändert werden. Dies gilt auch für Gleichung (5), weil hier die Verbraucherpreise betrachtet werden. Damit liefern die Verbrauchssteuern das gleiche Gleichungssystem wie die Faktorsteuern. *(42 Punkte)*

c) Durch Einsetzen der a_{ij}; $i = L, K$; $j = M, F$ in (3) und (4) erhalten wir

$$\begin{aligned}
&\lambda_{LM}\hat{M} + \lambda_{LF}\hat{F} - \lambda_{LM}\theta_{KM}\sigma_M(\hat{w} - \hat{r}) - \lambda_{LF}\theta_{KF}\sigma_F(\hat{w} - \hat{r}) = 0 \\
\Leftrightarrow &\lambda_{LM}\hat{M} + \lambda_{LF}\hat{F} - \delta_L(\hat{w} - \hat{r}) = 0, && (12) \\
&\lambda_{KM}\hat{M} + \lambda_{KF}\hat{F} + \lambda_{KM}\theta_{LM}\sigma_M(\hat{w} - \hat{r}) + \lambda_{KF}\theta_{LF}\sigma_F(\hat{w} - \hat{r}) = 0 \\
\Leftrightarrow &\lambda_{KM}\hat{M} + \lambda_{KF}\hat{F} + \delta_K(\hat{w} - \hat{r}) = 0. && (13)
\end{aligned}$$

Die Subtraktion (12) - (13) ergibt

$$|\lambda|(\hat{M} - \hat{F}) - (\delta_L + \delta_K)(\hat{w} - \hat{r}) = 0. \tag{14}$$

Analog erhalten wir aus (10) - (11)

$$|\theta|(\hat{w} - \hat{r}) - (\hat{p}_M - \hat{p}_F) = t_F - t_M, \tag{15}$$

In Matrixschreibweise lautet das Gleichungssystem aus (14), (15) und (5)

$$\begin{pmatrix} |\lambda| & -(\delta_L + \delta_K) & 0 \\ 0 & |\theta| & -1 \\ 1 & 0 & \sigma_D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{M} - \hat{F} \\ \hat{w} - \hat{r} \\ \hat{p}_M - \hat{p}_F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ t_F - t_M \\ 0 \end{pmatrix} \tag{16}$$

Die 3x3 Matrix sei mit D bezeichnet. Die Determinante ist $|D| = |\lambda||\theta|\sigma_D + (\delta_L + \delta_K) > 0$.
(16 Punkte)

d) Gemäß der Cramerschen Regel berechnet sich $\hat{M} - \hat{F}$ als

$$\hat{M} - \hat{F} = \frac{1}{|D|}\begin{vmatrix} 0 & -(\delta_L + \delta_K) & 0 \\ t_F - t_M & |\theta| & -1 \\ 0 & 0 & \sigma_D \end{vmatrix} = \frac{1}{|D|}(\delta_L + \delta_K)(t_F - t_M) < 0,$$

Die Verteilungsrelation berechnet sich gemäß

$$\hat{w} - \hat{r} = \frac{1}{|D|}\begin{vmatrix} |\lambda| & 0 & 0 \\ 0 & t_F - t_M & -1 \\ 1 & 0 & \sigma_D \end{vmatrix} = \frac{1}{|D|}|\lambda|(t_F - t_M)\sigma_D.$$

Es gilt $|\lambda| = \lambda_{KF} - \lambda_{LF}$, wobei λ_{KF} und λ_{LF} die Anteile der Faktorbestände bezeichnen, die in Sektor F genutzt werden. Da F arbeitsintensiv produziert, ist $\lambda_{LF} > \lambda_{KF}$ und damit $|\lambda| < 0$. Zudem ist $t_F - t_M < 0$, so dass $\hat{w} - \hat{r} > 0$ gilt.
Für das Verbraucherpreisverhältnis gilt

$$\hat{p}_M - \hat{p}_F = \frac{1}{|D|}\begin{vmatrix} |\lambda| & -(\delta_L + \delta_K) & 0 \\ 0 & |\theta| & t_F - t_M \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\frac{1}{|D|}(\delta_L + \delta_K)(t_F - t_M) > 0.$$

Daher erhalten wir für das Produzentenpreisverhältnis

$$\begin{aligned}
\hat{p}_M^s - \hat{p}_F^s &= \hat{p}_M - t_M - \hat{p}_F + t_F \\
&= -\frac{1}{|D|}(\delta_L + \delta_K)(t_F - t_M) + (t_F - t_M) \\
&= \frac{t_F - t_M}{|D|}[-(\delta_L + \delta_K) + |\lambda||\theta|\sigma_D + (\delta_L + \delta_K)] \\
&= \frac{t_F - t_M}{|D|}|\lambda||\theta|\sigma_D < 0.
\end{aligned}$$

(32 Punkte)