

FernUniversität in Hagen
Fakultät für Wirtschaftswissenschaft

Matr.-Nr.:

| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|

Name:

Vorname:

Klausur: Finanz- und bankwirtschaftliche Modelle (32521)

Prüfer: Univ.-Prof. Dr. Michael Bitz

Termin: 02. März 2020

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | Summe |
|---------------------|----|----|----|----|-------|
| Maximale Punktzahl | 40 | 25 | 25 | 30 | 120 |
| Erreichte Punktzahl | | | | | |

Gesamtpunktzahl:

Note:

Datum:

Unterschrift(en) des/der Prüfer(s)

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

Hinweise für die Bearbeitung:

- Die Klausur umfasst die Aufgaben 1 bis 4. Sie endet auf der Seite 19 und beinhaltet als Anhang auf zwei weiteren Seiten finanzmathematische Tabellen. Es sind alle Aufgaben zu bearbeiten. Bei jeder (Teil-)Aufgabe ist die maximal erreichbare Punktzahl am Rand vermerkt. Die maximal erreichbare Punktzahl für die gesamte Klausur beträgt 120 Punkte. Somit entspricht ein Punkt einer Sollbearbeitungsdauer von einer Minute.
- **Tragen Sie auf dem Deckblatt der Klausur Ihren Namen und Ihre Matr.-Nr. ein!** Unterschreiben Sie die Klausur auf der letzten Seite! **Schreiben Sie leserlich. Unleserliches kann nicht gewertet werden.**
- **Benutzen Sie bei der Bearbeitung der Aufgaben ausschließlich die zugehörigen Lösungsräume.** Nebenrechnungen und Vorüberlegungen können auf den Rückseiten der Aufgabenblätter vorgenommen werden. Geben Sie die Klausur vollständig ab.
- Die Verwendung eines Taschenrechners ist dann und nur dann erlaubt, wenn dieser einer der folgenden Modellreihen angehört: Casio fx86 oder fx87; Texas Instruments TI 30 X II; Sharp EL 531. Ist die auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung umfangreicher, enthält aber eine der oben angegebenen Modellbezeichnungen vollständig, ist das Modell erlaubt. In allen anderen Fällen ist das Modell nicht erlaubt. Auch eventuelle Vorgänger- oder Nachfolgemodelle, die nicht in der oben aufgeführten Liste enthalten sind, sind nicht erlaubt. Die Verwendung anderer Taschenrechnermodelle wird als Täuschungsversuch gewertet und mit der Note „nicht ausreichend“ (5,0) sanktioniert.
- ! Die Angabe einer numerischen Lösung ohne Angabe des Lösungsweges (bzw. ohne Skizzierung des zur Lösung führenden Gedankengangs) ist nicht hinreichend und wird als unvollständige Lösung bewertet.

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

Aufgabe 1: Marktgleichgewichte und Marktwerte

40 Punkte

- a) Die Kapitalkosten der A-AG, B-AG und C-AG folgen dem Modigliani-Miller-Theorem. Für die Erwartungswerte μ der jährlichen Gesamtrückflüsse der drei Unternehmen, deren Standardabweichungen σ und deren Gesamtkapitalkosten f gilt:

(10 P.)

$$\begin{aligned}\mu_A &= 40 & \mu_B &= 24 & \mu_C &= 56 \\ \sigma_A &= 60 & \sigma_B &= 30 & \sigma_C &= 84 \\ f_A &= 0,08 & f_B &= 0,12 & f_C &= 0,10.\end{aligned}$$

Begründen Sie kurz, warum sich unter diesen Voraussetzungen der Finanzmarkt im Ungleichgewicht befindet! Geben Sie anschließend explizit an, welche Relationen zwischen dem sicheren Marktzinssatz r und den drei Gesamtkapitalkostensätzen in einem Marktgleichgewicht zwingend Gültigkeit haben müssen!

Lösung:

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

- b) Die Kapitalkosten der D-AG folgen dem Modigliani-Miller-Theorem. Die D-AG ist in der Ausgangssituation durch folgende Daten gekennzeichnet (alle nachfolgenden Angaben in Mio. GE): **(10 P.)**

$$D_E = 400 \quad M_E = 2.000 \quad D_F = 300 \quad M_F = 3.000 .$$

Durch eine Zusatzinvestition mit einer in $t = 0$ zu leistenden einmaligen Auszahlung von 500 könnte der Erwartungswert der (unendlich anfallenden) jährlichen Einzahlungsüberschüsse bei unverändertem Gesamtrisiko von 700 auf 760 erhöht werden.

Angenommen, die Zusatzinvestition könnte in vollem Umfang durch einen risikolosen Kredit zum geltenden Marktzins oder durch die Ausgabe neuer Aktien finanziert werden.

- Sollte die D-AG das Projekt durchführen? Ist diese Entscheidung von der Finanzierungsentscheidung abhängig?
- Wie hoch ist im Falle einer kreditfinanzierten Investitionsdurchführung der neue Marktwert des Eigenkapitals?

Lösung:

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

- c) Auf einem transaktionskostenfreien und informationseffizientem Finanzmarkt wird in $t = 0$ eine Kauf- und eine Verkaufsoption auf die X-Aktie gehandelt. Alle Marktteilnehmer gehen übereinstimmend davon aus, dass der Kurs der X-Aktie im nächsten Handelszeitpunkt $t = 1$ entweder 100 GE oder 60 GE betragen wird. Sie beobachten in $t = 0$, dass die Kaufoption mit einem Basispreis von 78 GE zu einem Preis von 12 GE und die Verkaufsoption mit einem Basispreis von 93 GE zu einem Preis von 13 GE gehandelt wird. Zwischen $t = 0$ und $t = 1$ können sichere Geldanlagen und Kreditaufnahmen zu $r = 5\%$ getätigt werden. **(10 P.)**

Begründen Sie zunächst kurz, warum sich unter diesen Voraussetzungen der Finanzmarkt im Ungleichgewicht befindet! Geben Sie anschließend explizit an, durch welche konkreten Kauf-/Verkaufsoperationen und Anlage-/Verschuldungsoperationen Arbitragegewinne im Zeitpunkt $t = 0$ erzielt werden können! Bestimmen Sie abschließend die Höhe des maximal erzielbaren Arbitragegewinns, wenn in $t = 0$ maximal 20 Optionen gekauft bzw. (leer-) verkauft werden können!

Lösung:

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

- d) Gehen Sie von der Ausgangssituation der Teilaufgabe c) aus. Zusätzlich sei nun bekannt, dass die X-Aktie in $t = 0$ zu einem Preis von 80 GE ge- und verkauft werden kann. Welche Auswirkungen hat diese Zusatzinformation auf die optimale Arbitragestrategie und den maximalen Arbitragegewinn in $t = 0$? (10 P.)

Lösung:

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

Aufgabe 2: Risikoanreizproblem

25 Punkte

Eine Kapitalgesellschaft soll gegründet und nach einem Jahr aufgelöst und liquidiert werden. Die Gesellschafter der Kapitalgesellschaft haben sich verpflichtet, eine Gesellschaftereinlage in Höhe von 100.000 GE zu erbringen, die in voller Höhe zu Investitionszwecken eingesetzt werden können. Im Zeitpunkt $t = 0$ stehen nur die beiden sich wechselseitig ausschließenden Investitionsprojekte A und B zur Auswahl. Beide Projekte bedingen jeweils eine Anfangsauszahlung von 500.000 GE. Die beiden Projekte führen mit den jeweils angegebenen Wahrscheinlichkeiten zu den in der nachfolgenden Tabelle angegebenen Rückflussbeträgen:

| Rückfluss bei Projekt A in $t = 1$ | Wahrscheinlichkeit des Rückflusses bei A | Rückfluss bei Projekt B in $t = 1$ | Wahrscheinlichkeit des Rückflusses bei B |
|---------------------------------------|---|---------------------------------------|---|
| + 650.000 | 0,5 | + 750.000 | 0,4 |
| + 550.000 | 0,2 | + 500.000 | 0,4 |
| + 450.000 | 0,3 | + 300.000 | 0,2 |

Die Kredit-AG bietet sich an, die fehlenden 400.000 GE als Darlehen zur Verfügung zu stellen. Offen ist jedoch noch die Höhe des vertraglichen Kreditzinssatzes. Sollte es zu keiner Einigung mit der Kredit-AG kommen, könnte die Kapitalgesellschaft und die Kredit-AG Mittel in beliebiger Höhe für ein Jahr zu 4 % am Finanzmarkt sicher anlegen. Alle Akteure sind risikoneutral und haben homogene Erwartungen.

- a) Angenommen, die Kredit-AG würde die fehlenden Mittel als Darlehen zur Verfügung stellen, wenn ein so hoher Kreditzinssatz vereinbart wird, dass sich unter Berücksichtigung möglicher Ausfallrisiken eine erwartete Rendite auf die eingesetzten Mittel in Höhe von mindestens 4 % ergibt. Welchen Kreditzinssatz X würde die Kredit-AG mindestens verlangen, wenn sie davon ausgeht, dass das risikoreichere Projekt realisiert wird? Zeigen Sie rechnerisch auf, wie Sie den Mindestkreditzinssatz X ermitteln! (8 P.)

Lösung:

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

Lösung: (Fortsetzung)

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

- b) Was genau verstehen Sie unter dem sogenannten Risikoanreizproblem? Begründen Sie kurz, ob in der beschriebenen Auswahl-situation ein solches Problem existiert! **(8 P.)**

Lösung:

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

c) Nachfolgend finden Sie drei Aussagen zu den Modellen von Breuer und Diamond. Geben Sie unter Berücksichtigung der jeweils vorliegenden Informationen an, ob Sie die folgenden Aussagen

- für eindeutig richtig halten (R),
- für eindeutig falsch halten (F) oder
- nicht eindeutig als richtig oder falsch beurteilen können, da Ihnen beurteilungsrelevante Angaben fehlen (!)?

Machen Sie Ihre Einschätzung durch eine der vorgegebenen Markierungen deutlich und begründen Sie diese jeweils kurz!

- i) Während beim Breuer-Modell die zu lösenden Finanzierungsprobleme durch die Unbeobachtbarkeit der Projektwahl des Unternehmers verursacht werden, stehen beim Diamond-Modell Informationsvorsprünge besser informierter Anleger und daraus resultierende Konsequenzen auf die Höhe des Emissionspreises im Fokus.
- ii) Eine für die Ergebnisse des Diamond-Modells zentrale Annahme besteht darin, dass von den Geldnehmern zu leistende Strafzahlungen den Nutzen der Geldnehmer mindern, den Nutzen der Geldgeber aber nicht erhöhen.
- iii) Der Diversifikationseffekt wirkt sich im Diamond-Modell insbesondere deshalb positiv aus, weil die im Modell betrachteten risikoscheuen Anleger geringere Risiken präferieren.

Begründungen:

i)

ii)

iii)

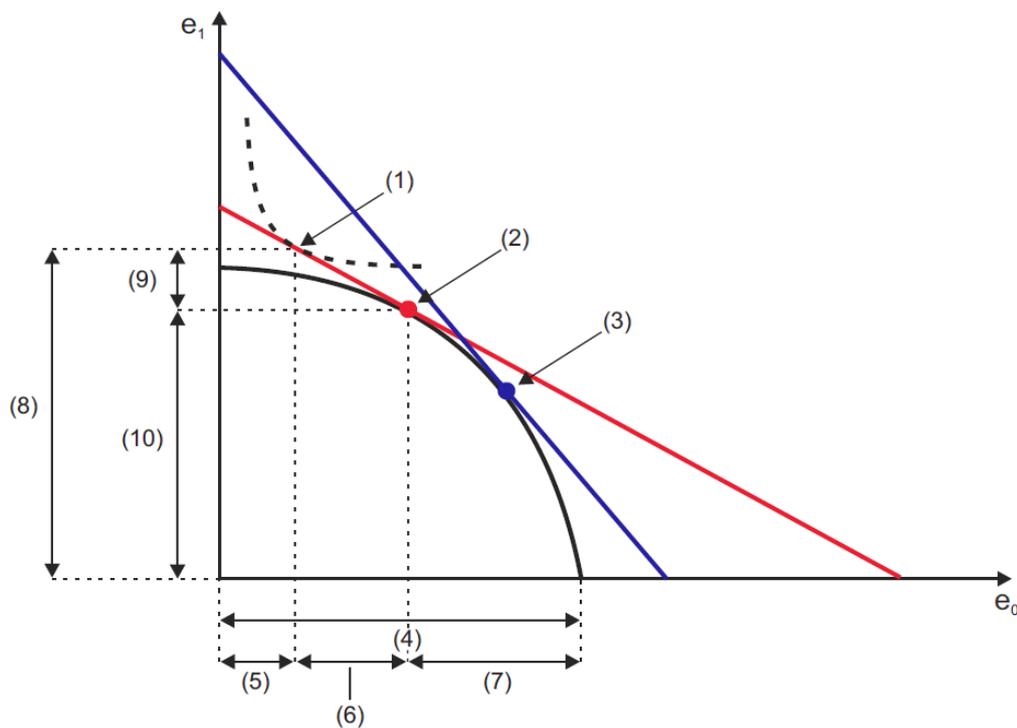
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

Aufgabe 3: Fisher-Hirshleifer-Modell

25 Punkte

Ein Investor mit der vom Konsum im Zeitpunkt $t = 0$ und $t = 1$ abhängigen Konsumnutzenfunktion U verfügt im Zeitpunkt $t = 0$ über eigene Mittel in Höhe von E . Dem Investor steht zum einen die Möglichkeit offen, durch Realinvestitionen gemäß der Investitionsfunktion $R(I)$ Konsummöglichkeiten aus der Gegenwart ($t = 0$) in die Zukunft ($t = 1$) zu übertragen, zum anderen kann der Investor in beliebiger Höhe einjährige Geldanlagen zum Zinssatz r_H und einjährige Kreditaufnahmen zum Zinssatz r_S tätigen.

Nachfolgend finden Sie eine Ihnen aus der KE 3 des hier relevanten Moduls bekannte Grafik, in der Sie in typisierter Form Informationen zum optimalen Investitions-, Finanzierungs- und Konsumplan eines Investors finden. Beantworten Sie mit Bezug auf diese Grafik die Teilaufgaben a) und b). Für die Bearbeitung der Teilaufgabe c) ist die Grafik nicht erforderlich.



| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

- a) In vorstehender Grafik sind insgesamt zehn jeweils eindeutig durch eine der Zahlen (1) bis (10) gekennzeichnete Punkte bzw. Strecken abgebildet. Geben Sie zunächst an, wie die durch die Zahlen (1), (3), (5), (7) und (10) gekennzeichneten Punkte bzw. Strecken und die unterschiedlich langen Strecken (6) und (9) vor dem Hintergrund des Fisher-Hirshleifer-Modells ökonomisch interpretiert werden können! Tragen Sie abschließend in die Grafik den Punkt ein, der möglichst exakt das für den betrachteten Investor maximal erreichbare Konsumniveau im Zeitpunkt $t = 0$ kennzeichnet! **(11 P.)**

Lösung:

(1) :

(3) :

(5) :

(7) :

(10) :

(6) – (9) :

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

- b) Nachfolgend sind sechs verschiedene Wertetupel (a; b; c; d) angegeben. Der Wert a gibt die Höhe des Ausgangsvermögens des Investors an, der Wert b die Höhe seines optimalen Investitionsvolumens, der Wert c die Höhe seines Anlagebetrages am Finanzmarkt und der Wert d die Höhe seines aufgenommenen Kredits. (5 P.)

T1: (2.000; 1.000; 300; 0)
T2: (2.000; 1.600; 0; 1.000)
T3: (2.000; 1.000; 600; 0)
T4: (2.000; 1.600; 1.000; 0)
T5: (2.000; 1.000; 1.000; 0)
T6: (2.000; 1.000; 0; 600)

Welcher Tupel gibt am ehesten die in der obigen Grafik abgebildete Situation des betrachteten Investors wieder? Begründen Sie kurz Ihre Entscheidung!

Lösung:

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

c) Geben Sie unter Berücksichtigung der jeweils vorliegenden Informationen an, (9 P.)
ob Sie die folgenden Aussagen i) bis iii)

- für eindeutig richtig halten (R),
- für eindeutig falsch halten (F) oder
- nicht eindeutig als richtig oder falsch beurteilen können, da Ihnen beurteilungsrelevante Angaben fehlen (!)?

Machen Sie Ihre Einschätzung durch eine der vorgegebenen Markierungen deutlich und begründen Sie diese jeweils kurz!

- i) Steht einem Investor mit einem Ausgangsvermögen in Höhe von $E > 0$ in $t = 0$ ein Realinvestitionsprojekt mit abnehmender Grenzrendite zur Verfügung, dann ist sein nutzenoptimaler Investitionsplan bei Zugang zu einem **vollkommenen** Finanzmarkt abhängig von der Höhe des Marktzinssatzes und von seiner individuellen Konsumnutzenfunktion.
- ii) Steht einem Investor mit einem Ausgangsvermögen in Höhe von $E > 0$ in $t = 0$ ein Realinvestitionsprojekt mit abnehmender Grenzrendite zur Verfügung, dann ist sein nutzenoptimaler Konsumplan bei Zugang zu einem **vollkommenen** Finanzmarkt abhängig von der Höhe des Marktzinssatzes und von seiner individuellen Konsumnutzenfunktion.
- iii) Steht einem Investor mit einem Ausgangsvermögen in Höhe von $E > 0$ in $t = 0$ ein Realinvestitionsprojekt mit abnehmender Grenzrendite zur Verfügung und hat er Zugang zu einem **unvollkommenen** Finanzmarkt, dann legt er in $t = 0$ entweder Mittel an oder nimmt Kredite auf.

Begründungen:

i)

ii)

iii)

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

Aufgabe 4: Investitionstheoretische Modelle

30 Punkte

- a) Im Zusammenhang mit einem Unternehmenskauf wird die folgende für alle Perioden gleiche Verteilung der erwarteten finanziellen Überschüsse aus dem Kaufobjekt für einen unendlichen Zeitraum prognostiziert (Angaben in Mio. Euro).

| Überschuss | Eintrittswahrscheinlichkeit p |
|------------|-------------------------------|
| 0 | 0,25 |
| 16 | 0,25 |
| 36 | 0,25 |
| 64 | 0,25 |

Für sichere Anlagen wird mit einem Kalkulationszinssatz in Höhe von $r = 5\%$ p. a. gerechnet.

- a1) Berechnen Sie den Unternehmenswert nach der Sicherheitsäquivalentmethode. Gehen Sie bei der Ermittlung der Sicherheitsäquivalente von der Risiko-Nutzen-Funktion $u(x) = x^{0,5}$! (6 P.)

Lösung:

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

- a2) Es wird vorgeschlagen, den Unternehmenswert durch Anwendung der sogenannten Risikozuschlagsmethode zu bestimmen. Wie groß müsste der Zuschlag auf den (bzw. der Abschlag vom) sicheren Zinssatz sein, damit sich bei Anwendung der Risikozuschlagsmethode exakt der gleiche Unternehmenswert ergibt wie bei Anwendung der Sicherheitsäquivalentmethode auf der Basis der Risiko-Nutzen-Funktion $u(x) = x^{0,5}$? (6 P.)

Lösung:

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

- a3) Es wird vorgeschlagen, den Unternehmenswert auf Basis des sogenannten $\mu - \sigma$ - Kriteriums unter Berücksichtigung der speziellen Präferenzfunktion $PR = \mu - \alpha \cdot \sigma^2$ mit $\alpha \geq 0$ zu bestimmen. Für den Unternehmenswert soll gelten: $UW = PR / r$. Wie groß müsste der Wert des Risikoparameters α sein, damit sich bei Anwendung des $\mu - \sigma$ - Kriteriums exakt der gleiche Unternehmenswert ergibt wie bei Anwendung der Sicherheitsäquivalentmethode auf der Basis der Risiko-Nutzen-Funktion $u(x) = x^{0,5}$? (6 P.)

Lösung:

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

- b) Ein Investor verfolgt als Zielsetzung Endvermögensmaximierung. Er hat im Zeitpunkt $t = 0$ die Möglichkeit, ein Investitionsprojekt in mehreren Durchläufen in zwei unterschiedlichen Laufzeitvarianten (T_A , T_B) durchzuführen. Für die jeweils möglichen Laufzeitvarianten des Investitionsprojektes hat er für den Fall der jeweils einmaligen Durchführung auf Basis des für ihn relevanten Kalkulationszinssatzes in Höhe von r im Fall 1 die projektindividuellen äquivalenten Annuitäten (e^*_A , e^*_B) und im Fall 2 die Kapitalwerte (K_A , K_B) gemäß nachfolgender Tabelle ermittelt. (12 P.)

| Fall | Investitionskette | T_A e^*_A | T_B e^*_B | r | Lösung |
|------|-------------------|------------------|------------------|------|----------------------|
| 1 | (7;7;4;4) | 4 10,57 | 7 10,75 | 0,06 | KK(7;7;4;4) = |

| Fall | Investitionskette | T_A K_A | T_B K_B | r | Lösung |
|------|-------------------|----------------|----------------|------|----------------------|
| 2 | (4;4;5;5) | 4 77,03 | 5 85,64 | 0,02 | KK(4;4;5;5) = |

Berechnen Sie für die beiden jeweils vorgegebenen Datenkonstellationen den Kapitalwert KK der betrachteten Investitionskette und tragen Sie das Ergebnis (gerundet auf zwei Nachkommastellen) in das Lösungsfeld obiger Tabelle ein! Machen Sie Ihren Rechenansatz deutlich!

Hinweis: Im Anhang dieser Klausur finden Sie die aus dem Kursmaterial bekannten finanzmathematischen Tabellen.

Lösung:

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

Lösung: (Fortsetzung)

ENDE!!!

| | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Finanzmathematische Tabellen

| Tabelle I: Aufzinsungsfaktoren $(1 + r)^t$ | | | | | | | | | | | | |
|--|--------------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|----------|-----------|-----------|
| Periode (t) | Zinssatz (r) | | | | | | | | | | | |
| | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 | 0,10 | 0,12 | 0,15 | 0,20 |
| 1 | 1,0200 | 1,0300 | 1,0400 | 1,0500 | 1,0600 | 1,0700 | 1,0800 | 1,0900 | 1,1000 | 1,1200 | 1,1500 | 1,2000 |
| 2 | 1,0404 | 1,0609 | 1,0816 | 1,1025 | 1,1236 | 1,1449 | 1,1664 | 1,1881 | 1,2100 | 1,2544 | 1,3225 | 1,4400 |
| 3 | 1,0612 | 1,0927 | 1,1249 | 1,1576 | 1,1910 | 1,2250 | 1,2597 | 1,2950 | 1,3310 | 1,4049 | 1,5209 | 1,7280 |
| 4 | 1,0824 | 1,1255 | 1,1699 | 1,2155 | 1,2625 | 1,3108 | 1,3605 | 1,4116 | 1,4641 | 1,5735 | 1,7490 | 2,0736 |
| 5 | 1,1041 | 1,1593 | 1,2167 | 1,2763 | 1,3382 | 1,4026 | 1,4693 | 1,5386 | 1,6105 | 1,7623 | 2,0114 | 2,4883 |
| 6 | 1,1262 | 1,1941 | 1,2653 | 1,3401 | 1,4185 | 1,5007 | 1,5869 | 1,6771 | 1,7716 | 1,9738 | 2,3131 | 2,9860 |
| 7 | 1,1487 | 1,2299 | 1,3159 | 1,4071 | 1,5036 | 1,6058 | 1,7138 | 1,8280 | 1,9487 | 2,2107 | 2,6600 | 3,5832 |
| 8 | 1,1717 | 1,2668 | 1,3686 | 1,4775 | 1,5938 | 1,7182 | 1,8509 | 1,9926 | 2,1436 | 2,4760 | 3,0590 | 4,2998 |
| 9 | 1,1951 | 1,3048 | 1,4233 | 1,5513 | 1,6895 | 1,8385 | 1,9990 | 2,1719 | 2,3579 | 2,7731 | 3,5179 | 5,1598 |
| 10 | 1,2190 | 1,3439 | 1,4802 | 1,6289 | 1,7908 | 1,9672 | 2,1589 | 2,3674 | 2,5937 | 3,1058 | 4,0456 | 6,1917 |
| 11 | 1,2434 | 1,3842 | 1,5395 | 1,7103 | 1,8983 | 2,1049 | 2,3316 | 2,5804 | 2,8531 | 3,4785 | 4,6524 | 7,4301 |
| 12 | 1,2682 | 1,4258 | 1,6010 | 1,7959 | 2,0122 | 2,2522 | 2,5182 | 2,8127 | 3,1384 | 3,8960 | 5,3503 | 8,9161 |
| 13 | 1,2936 | 1,4685 | 1,6651 | 1,8856 | 2,1329 | 2,4098 | 2,7196 | 3,0658 | 3,4523 | 4,3635 | 6,1528 | 10,6993 |
| 14 | 1,3195 | 1,5126 | 1,7317 | 1,9799 | 2,2609 | 2,5785 | 2,9372 | 3,3417 | 3,7975 | 4,8871 | 7,0757 | 12,8392 |
| 15 | 1,3459 | 1,5580 | 1,8009 | 2,0789 | 2,3966 | 2,7590 | 3,1722 | 3,6425 | 4,1772 | 5,4736 | 8,1371 | 15,4070 |
| 16 | 1,3728 | 1,6047 | 1,8730 | 2,1829 | 2,5404 | 2,9522 | 3,4259 | 3,9703 | 4,5950 | 6,1304 | 9,3576 | 18,4884 |
| 17 | 1,4002 | 1,6528 | 1,9479 | 2,2920 | 2,6928 | 3,1588 | 3,7000 | 4,3276 | 5,0545 | 6,8660 | 10,7613 | 22,1861 |
| 18 | 1,4282 | 1,7024 | 2,0258 | 2,4066 | 2,8543 | 3,3799 | 3,9960 | 4,7171 | 5,5599 | 7,6900 | 12,3755 | 26,6233 |
| 19 | 1,4568 | 1,7535 | 2,1068 | 2,5270 | 3,0256 | 3,6165 | 4,3157 | 5,1417 | 6,1159 | 8,6128 | 14,2318 | 31,9480 |
| 20 | 1,4859 | 1,8061 | 2,1911 | 2,6533 | 3,2071 | 3,8697 | 4,6610 | 5,6044 | 6,7275 | 9,6463 | 16,3665 | 38,3376 |
| 30 | 1,8114 | 2,4273 | 3,2434 | 4,3219 | 5,7435 | 7,6123 | 10,0627 | 13,2677 | 17,4494 | 29,9599 | 66,2118 | 237,3763 |
| 40 | 2,2080 | 3,2620 | 4,8010 | 7,0400 | 10,2857 | 14,9745 | 21,7245 | 31,4094 | 45,2593 | 93,0510 | 267,8635 | 1469,7716 |
| 50 | 2,6916 | 4,3839 | 7,1067 | 11,4674 | 18,4202 | 29,4570 | 46,9016 | 74,3575 | 117,3909 | 289,0022 | 1083,6574 | 9100,4382 |

| Tabelle II: Abzinsungsfaktoren $(1 + r)^{-t}$ | | | | | | | | | | | | |
|---|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Periode (t) | Zinssatz (r) | | | | | | | | | | | |
| | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 | 0,10 | 0,12 | 0,15 | 0,20 |
| 1 | 0,9804 | 0,9709 | 0,9615 | 0,9524 | 0,9434 | 0,9346 | 0,9259 | 0,9174 | 0,9091 | 0,8929 | 0,8696 | 0,8333 |
| 2 | 0,9612 | 0,9426 | 0,9246 | 0,9070 | 0,8900 | 0,8734 | 0,8573 | 0,8417 | 0,8264 | 0,7972 | 0,7561 | 0,6944 |
| 3 | 0,9423 | 0,9151 | 0,8890 | 0,8638 | 0,8396 | 0,8163 | 0,7938 | 0,7722 | 0,7513 | 0,7118 | 0,6575 | 0,5787 |
| 4 | 0,9238 | 0,8885 | 0,8548 | 0,8227 | 0,7921 | 0,7629 | 0,7350 | 0,7084 | 0,6830 | 0,6355 | 0,5718 | 0,4823 |
| 5 | 0,9057 | 0,8626 | 0,8219 | 0,7835 | 0,7473 | 0,7130 | 0,6806 | 0,6499 | 0,6209 | 0,5674 | 0,4972 | 0,4019 |
| 6 | 0,8880 | 0,8375 | 0,7903 | 0,7462 | 0,7050 | 0,6663 | 0,6302 | 0,5963 | 0,5645 | 0,5066 | 0,4323 | 0,3349 |
| 7 | 0,8706 | 0,8131 | 0,7599 | 0,7107 | 0,6651 | 0,6227 | 0,5835 | 0,5470 | 0,5132 | 0,4523 | 0,3759 | 0,2791 |
| 8 | 0,8535 | 0,7894 | 0,7307 | 0,6768 | 0,6274 | 0,5820 | 0,5403 | 0,5019 | 0,4665 | 0,4039 | 0,3269 | 0,2326 |
| 9 | 0,8368 | 0,7664 | 0,7026 | 0,6446 | 0,5919 | 0,5439 | 0,5002 | 0,4604 | 0,4241 | 0,3606 | 0,2843 | 0,1938 |
| 10 | 0,8203 | 0,7441 | 0,6756 | 0,6139 | 0,5584 | 0,5083 | 0,4632 | 0,4224 | 0,3855 | 0,3220 | 0,2472 | 0,1615 |
| 11 | 0,8043 | 0,7224 | 0,6496 | 0,5847 | 0,5268 | 0,4751 | 0,4289 | 0,3875 | 0,3505 | 0,2875 | 0,2149 | 0,1346 |
| 12 | 0,7885 | 0,7014 | 0,6246 | 0,5568 | 0,4970 | 0,4440 | 0,3971 | 0,3555 | 0,3186 | 0,2567 | 0,1869 | 0,1122 |
| 13 | 0,7730 | 0,6810 | 0,6006 | 0,5303 | 0,4688 | 0,4150 | 0,3677 | 0,3262 | 0,2897 | 0,2292 | 0,1625 | 0,0935 |
| 14 | 0,7579 | 0,6611 | 0,5775 | 0,5051 | 0,4423 | 0,3878 | 0,3405 | 0,2992 | 0,2633 | 0,2046 | 0,1413 | 0,0779 |
| 15 | 0,7430 | 0,6419 | 0,5553 | 0,4810 | 0,4173 | 0,3624 | 0,3152 | 0,2745 | 0,2394 | 0,1827 | 0,1229 | 0,0649 |
| 16 | 0,7284 | 0,6232 | 0,5339 | 0,4581 | 0,3936 | 0,3387 | 0,2919 | 0,2519 | 0,2176 | 0,1631 | 0,1069 | 0,0541 |
| 17 | 0,7142 | 0,6050 | 0,5134 | 0,4363 | 0,3714 | 0,3166 | 0,2703 | 0,2311 | 0,1978 | 0,1456 | 0,0929 | 0,0451 |
| 18 | 0,7002 | 0,5874 | 0,4936 | 0,4155 | 0,3503 | 0,2959 | 0,2502 | 0,2120 | 0,1799 | 0,1300 | 0,0808 | 0,0376 |
| 19 | 0,6864 | 0,5703 | 0,4746 | 0,3957 | 0,3305 | 0,2765 | 0,2317 | 0,1945 | 0,1635 | 0,1161 | 0,0703 | 0,0313 |
| 20 | 0,6730 | 0,5537 | 0,4564 | 0,3769 | 0,3118 | 0,2584 | 0,2145 | 0,1784 | 0,1486 | 0,1037 | 0,0611 | 0,0261 |
| 30 | 0,5521 | 0,4120 | 0,3083 | 0,2314 | 0,1741 | 0,1314 | 0,0994 | 0,0754 | 0,0573 | 0,0334 | 0,0151 | 0,0042 |
| 40 | 0,4529 | 0,3066 | 0,2083 | 0,1420 | 0,0972 | 0,0668 | 0,0460 | 0,0318 | 0,0221 | 0,0107 | 0,0037 | 0,0007 |
| 50 | 0,3715 | 0,2281 | 0,1407 | 0,0872 | 0,0543 | 0,0339 | 0,0213 | 0,0134 | 0,0084 | 0,0035 | 0,0009 | 0,0001 |

| | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| Tabelle III: Rentenbarwertfaktoren $[1 - (1 + r)^{-n}] / r$ | | | | | | | | | | | | |
|---|--------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|
| Periode (n) | Zinssatz (r) | | | | | | | | | | | |
| | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 | 0,10 | 0,12 | 0,15 | 0,20 |
| 1 | 0,9804 | 0,9709 | 0,9615 | 0,9524 | 0,9434 | 0,9346 | 0,9259 | 0,9174 | 0,9091 | 0,8929 | 0,8696 | 0,8333 |
| 2 | 1,9416 | 1,9135 | 1,8861 | 1,8594 | 1,8334 | 1,8080 | 1,7833 | 1,7591 | 1,7355 | 1,6901 | 1,6257 | 1,5278 |
| 3 | 2,8839 | 2,8286 | 2,7751 | 2,7232 | 2,6730 | 2,6243 | 2,5771 | 2,5313 | 2,4869 | 2,4018 | 2,2832 | 2,1065 |
| 4 | 3,8077 | 3,7171 | 3,6299 | 3,5460 | 3,4651 | 3,3872 | 3,3121 | 3,2397 | 3,1699 | 3,0373 | 2,8550 | 2,5887 |
| 5 | 4,7135 | 4,5797 | 4,4518 | 4,3295 | 4,2124 | 4,1002 | 3,9927 | 3,8897 | 3,7908 | 3,6048 | 3,3522 | 2,9906 |
| 6 | 5,6014 | 5,4172 | 5,2421 | 5,0757 | 4,9173 | 4,7665 | 4,6229 | 4,4859 | 4,3553 | 4,1114 | 3,7845 | 3,3255 |
| 7 | 6,4720 | 6,2303 | 6,0021 | 5,7864 | 5,5824 | 5,3893 | 5,2064 | 5,0330 | 4,8684 | 4,5638 | 4,1604 | 3,6046 |
| 8 | 7,3255 | 7,0197 | 6,7327 | 6,4632 | 6,2098 | 5,9713 | 5,7466 | 5,5348 | 5,3349 | 4,9676 | 4,4873 | 3,8372 |
| 9 | 8,1622 | 7,7861 | 7,4353 | 7,1078 | 6,8017 | 6,5152 | 6,2469 | 5,9952 | 5,7590 | 5,3282 | 4,7716 | 4,0310 |
| 10 | 8,9826 | 8,5302 | 8,1109 | 7,7217 | 7,3601 | 7,0236 | 6,7101 | 6,4177 | 6,1446 | 5,6502 | 5,0188 | 4,1925 |
| 11 | 9,7868 | 9,2526 | 8,7605 | 8,3064 | 7,8869 | 7,4987 | 7,1390 | 6,8052 | 6,4951 | 5,9377 | 5,2337 | 4,3271 |
| 12 | 10,5753 | 9,9540 | 9,3851 | 8,8633 | 8,3838 | 7,9427 | 7,5361 | 7,1607 | 6,8137 | 6,1944 | 5,4206 | 4,4392 |
| 13 | 11,3484 | 10,6350 | 9,9856 | 9,3936 | 8,8527 | 8,3577 | 7,9038 | 7,4869 | 7,1034 | 6,4235 | 5,5831 | 4,5327 |
| 14 | 12,1062 | 11,2961 | 10,5631 | 9,8986 | 9,2950 | 8,7455 | 8,2442 | 7,7862 | 7,3667 | 6,6282 | 5,7245 | 4,6106 |
| 15 | 12,8493 | 11,9379 | 11,1184 | 10,3797 | 9,7122 | 9,1079 | 8,5595 | 8,0607 | 7,6061 | 6,8109 | 5,8474 | 4,6755 |
| 16 | 13,5777 | 12,5611 | 11,6523 | 10,8378 | 10,1059 | 9,4466 | 8,8514 | 8,3126 | 7,8237 | 6,9740 | 5,9542 | 4,7296 |
| 17 | 14,2919 | 13,1661 | 12,1657 | 11,2741 | 10,4773 | 9,7632 | 9,1216 | 8,5436 | 8,0216 | 7,1196 | 6,0472 | 4,7746 |
| 18 | 14,9920 | 13,7535 | 12,6593 | 11,6896 | 10,8276 | 10,0591 | 9,3719 | 8,7556 | 8,2014 | 7,2497 | 6,1280 | 4,8122 |
| 19 | 15,6785 | 14,3238 | 13,1339 | 12,0853 | 11,1581 | 10,3356 | 9,6036 | 8,9501 | 8,3649 | 7,3658 | 6,1982 | 4,8435 |
| 20 | 16,3514 | 14,8775 | 13,5903 | 12,4622 | 11,4699 | 10,5940 | 9,8181 | 9,1285 | 8,5136 | 7,4694 | 6,2593 | 4,8696 |
| 30 | 22,3965 | 19,6004 | 17,2920 | 15,3725 | 13,7648 | 12,4090 | 11,2578 | 10,2737 | 9,4269 | 8,0552 | 6,5660 | 4,9789 |
| 40 | 27,3555 | 23,1148 | 19,7928 | 17,1591 | 15,0463 | 13,3317 | 11,9246 | 10,7574 | 9,7791 | 8,2438 | 6,6418 | 4,9966 |
| 50 | 31,4236 | 25,7298 | 21,4822 | 18,2559 | 15,7619 | 13,8007 | 12,2335 | 10,9617 | 9,9148 | 8,3045 | 6,6605 | 4,9995 |

| Tabelle IV: Annuitätenfaktoren $r / [1 - (1 + r)^{-n}]$ | | | | | | | | | | | | |
|---|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Periode (n) | Zinssatz (r) | | | | | | | | | | | |
| | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 | 0,10 | 0,12 | 0,15 | 0,20 |
| 1 | 1,0200 | 1,0300 | 1,0400 | 1,0500 | 1,0600 | 1,0700 | 1,0800 | 1,0900 | 1,1000 | 1,1200 | 1,1500 | 1,2000 |
| 2 | 0,5150 | 0,5226 | 0,5302 | 0,5378 | 0,5454 | 0,5531 | 0,5608 | 0,5685 | 0,5762 | 0,5917 | 0,6151 | 0,6545 |
| 3 | 0,3468 | 0,3535 | 0,3603 | 0,3672 | 0,3741 | 0,3811 | 0,3880 | 0,3951 | 0,4021 | 0,4163 | 0,4380 | 0,4747 |
| 4 | 0,2626 | 0,2690 | 0,2755 | 0,2820 | 0,2886 | 0,2952 | 0,3019 | 0,3087 | 0,3155 | 0,3292 | 0,3503 | 0,3863 |
| 5 | 0,2122 | 0,2184 | 0,2246 | 0,2310 | 0,2374 | 0,2439 | 0,2505 | 0,2571 | 0,2638 | 0,2774 | 0,2983 | 0,3344 |
| 6 | 0,1785 | 0,1846 | 0,1908 | 0,1970 | 0,2034 | 0,2098 | 0,2163 | 0,2229 | 0,2296 | 0,2432 | 0,2642 | 0,3007 |
| 7 | 0,1545 | 0,1605 | 0,1666 | 0,1728 | 0,1791 | 0,1856 | 0,1921 | 0,1987 | 0,2054 | 0,2191 | 0,2404 | 0,2774 |
| 8 | 0,1365 | 0,1425 | 0,1485 | 0,1547 | 0,1610 | 0,1675 | 0,1740 | 0,1807 | 0,1874 | 0,2013 | 0,2229 | 0,2606 |
| 9 | 0,1225 | 0,1284 | 0,1345 | 0,1407 | 0,1470 | 0,1535 | 0,1601 | 0,1668 | 0,1736 | 0,1877 | 0,2096 | 0,2481 |
| 10 | 0,1113 | 0,1172 | 0,1233 | 0,1295 | 0,1359 | 0,1424 | 0,1490 | 0,1558 | 0,1627 | 0,1770 | 0,1993 | 0,2385 |
| 11 | 0,1022 | 0,1081 | 0,1141 | 0,1204 | 0,1268 | 0,1334 | 0,1401 | 0,1469 | 0,1540 | 0,1684 | 0,1911 | 0,2311 |
| 12 | 0,0946 | 0,1005 | 0,1066 | 0,1128 | 0,1193 | 0,1259 | 0,1327 | 0,1397 | 0,1468 | 0,1614 | 0,1845 | 0,2253 |
| 13 | 0,0881 | 0,0940 | 0,1001 | 0,1065 | 0,1130 | 0,1197 | 0,1265 | 0,1336 | 0,1408 | 0,1557 | 0,1791 | 0,2206 |
| 14 | 0,0826 | 0,0885 | 0,0947 | 0,1010 | 0,1076 | 0,1143 | 0,1213 | 0,1284 | 0,1357 | 0,1509 | 0,1747 | 0,2169 |
| 15 | 0,0778 | 0,0838 | 0,0899 | 0,0963 | 0,1030 | 0,1098 | 0,1168 | 0,1241 | 0,1315 | 0,1468 | 0,1710 | 0,2139 |
| 16 | 0,0737 | 0,0796 | 0,0858 | 0,0923 | 0,0990 | 0,1059 | 0,1130 | 0,1203 | 0,1278 | 0,1434 | 0,1679 | 0,2114 |
| 17 | 0,0700 | 0,0760 | 0,0822 | 0,0887 | 0,0954 | 0,1024 | 0,1096 | 0,1170 | 0,1247 | 0,1405 | 0,1654 | 0,2094 |
| 18 | 0,0667 | 0,0727 | 0,0790 | 0,0855 | 0,0924 | 0,0994 | 0,1067 | 0,1142 | 0,1219 | 0,1379 | 0,1632 | 0,2078 |
| 19 | 0,0638 | 0,0698 | 0,0761 | 0,0827 | 0,0896 | 0,0968 | 0,1041 | 0,1117 | 0,1195 | 0,1358 | 0,1613 | 0,2065 |
| 20 | 0,0612 | 0,0672 | 0,0736 | 0,0802 | 0,0872 | 0,0944 | 0,1019 | 0,1095 | 0,1175 | 0,1339 | 0,1598 | 0,2054 |
| 30 | 0,0446 | 0,0510 | 0,0578 | 0,0651 | 0,0726 | 0,0806 | 0,0888 | 0,0973 | 0,1061 | 0,1241 | 0,1523 | 0,2008 |
| 40 | 0,0366 | 0,0433 | 0,0505 | 0,0583 | 0,0665 | 0,0750 | 0,0839 | 0,0930 | 0,1023 | 0,1213 | 0,1506 | 0,2001 |
| 50 | 0,0318 | 0,0389 | 0,0466 | 0,0548 | 0,0634 | 0,0725 | 0,0817 | 0,0912 | 0,1009 | 0,1204 | 0,1501 | 0,2000 |