

FernUniversität in Hagen  
Fakultät für Wirtschaftswissenschaft

# Lösungshinweise zur Klausur

**Klausur:** Finanz- und bankwirtschaftliche Modelle

**Prüfer:** Univ.-Prof. Dr. Michael Bitz

**Termin:** 4. September 2008

Aufgabe	1	2	3	Summe
maximale Punktzahl	<b>12</b>	<b>48</b>	<b>60</b>	<b>120</b>

## Zum Gebrauch der Lösungshinweise zu Klausuren:

Zur Einordnung der folgenden Lösungshinweise und zum sinnvollen Umgang mit diesen Hinweisen beachten Sie bitte Folgendes:

1. Die Lösungshinweise sollen Ihnen Hilfestellungen bei der Einordnung selbsterstellter Lösungen und bei der Suche nach Lösungsansätzen bieten. Sie fallen überwiegend deutlich knapper aus als eine zur Erlangung der vollen Punktzahl bei der Klausurbearbeitung verlangte vollständige Lösung, in der Lösungsansätze und Lösungswege grundsätzlich nachvollziehbar sein müssen.
2. Die Lösungshinweise skizzieren nur *eine* mögliche Lösung, bzw. *einen* möglichen Lösungsansatz. Oftmals existieren alternative Ergebnisse bzw. Ansätze, die bei einer Klausurkorrektur ebenfalls als Lösungen akzeptiert würden.
3. Die Lösungshinweise sollen Ihnen im Endstadium der Klausurvorbereitung, also dann, wenn Sie sich „fit für die Klausur“ fühlen, die Möglichkeit bieten, Ihren Vorbereitungsstand zu überprüfen. Eine Erarbeitung der für die erfolgreiche Klausurteilnahme relevanten Inhalte anhand alter Klausuren und entsprechender Lösungshinweise ist wenig sinnvoll, da die Darstellung der relevanten Inhalte den Kursen vorbehalten ist und diese dort entsprechend didaktisch aufbereitet sind.
4. Bitte beachten Sie: Lösungshinweise können aus heutiger Sicht veraltet sein, z.B., wenn Sie sich auf eine zum Zeitpunkt der Klausurerstellung geltende Rechtsnorm beziehen, die nicht mehr gültig ist. Ebenso ist zu beachten, dass sich im Laufe der Zeit die Kursinhalte ändern können. Daher finden Sie möglicherweise in aktuellen Kurseinheiten keine Ausführungen zu den hier präsentierten Lösungsansätzen.

**Aufgabe 1: Robustheit als Modelleigenschaft****12 Punkte**

Erläutern Sie, was unter der Robustheit von finanz- und bankwirtschaftlichen Modellen verstanden wird! Welche Rolle spielt diese Modelleigenschaft bei der Beurteilung der Eignung eines Modells zur Erklärung empirischer Phänomene?

**Lösungshinweise:**

Als robust bezeichnet man ein Modell, wenn trotz einer umfassenden Variation der – oft aus Vereinfachungsgründen – sehr engen Modellprämissen die wesentlichen Ergebnisse der Modellanalyse ihre Gültigkeit behalten. Dabei können entweder enge Prämissen stark abgeschwächt oder aber durch andere, ebenfalls enge Prämissen ersetzt werden. Bei einem robusten Modell haben die abgeleiteten theoretischen Zusammenhänge somit tatsächlich eine breitere Gültigkeit, als es die restriktiven Prämissen des Ausgangsmodells suggerieren.

Damit steigt aber auch die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Modell auch Aussagen über reale Gegebenheiten erlaubt und der (partiellen) Erklärung empirischer Phänomene dienen kann.

**Aufgabe 2: Capital Asset Pricing Model****48 Punkte**

Dem risikoscheuen Vorstand der SUN AG stehen drei sich einander ausschließende, einperiodige Investitionsprojekte A, B und C zur Verfügung. Alle Projekte erfordern eine Anfangsauszahlung von 100 GE und führen am Ende der Periode zu einem umweltzustandsabhängigen Projektrückfluss. Es sind lediglich drei Umweltzustände möglich, deren Eintrittswahrscheinlichkeiten  $p$  bekannt sind.

In der folgenden Tabelle sind die Rückflüsse der Investitionsprojekte in Abhängigkeit von der Umweltentwicklung zusammengefasst:

Umweltzustand	I	II	III
$p$	0,4	0,4	0,2
$\tilde{X}_A$	85	110	150
$\tilde{X}_B$	150	60	40
$\tilde{X}_C$	100	120	100

Die Projekte werden vollständig fremdfinanziert. Der Vorstand kalkuliert dabei mit einem Zinssatz von  $r = 10\%$ .

- a) Berechnen Sie für die drei Projekte Erwartungswert und Varianz der Rückflüsse! Wie werden die drei Projekte bei einer projektindividuellen Betrachtung durch den Vorstand der SUN AG jeweils beurteilt? **(16 P.)**

**Lösungshinweise:**

$$\mu(X_A) = 85 \cdot 0,4 + 110 \cdot 0,4 + 150 \cdot 0,2 = 108$$

$$\sigma^2(X_A) = (85 - 108)^2 \cdot 0,4 + (110 - 108)^2 \cdot 0,4 + (150 - 108)^2 \cdot 0,2 = 566$$

$$\mu(X_B) = 92$$

$$\sigma^2(X_B) = 2.296$$

$$\mu(X_C) = 108$$

$$\sigma^2(X_C) = 96.$$

Alle abgezinste Erwartungswerte sind kleiner als die Anfangsauszahlung von 100 GE, so dass sich bei Durchführung jedes Investitionsprojektes ein negativer erwarteter Kapitalwert ergibt. Zugleich besteht ein Risiko gegenüber der Unterlassensalternative, welches die risikoscheuen Entscheider der Sun AG als negativ empfinden. Die Projekte sind somit bei dieser Betrachtung projektindividuell durchweg nicht vorteilhaft.

- b) Bei der SUN AG handelt es sich um ein Unternehmen, das in der Modellwelt des CAPM agiert. Die Investitionen sollen keinen Einfluss auf die Marktdaten haben. Die Rückflüsse des Marktportefolles sind folgender Tabelle zu entnehmen: (20 P.)

Umweltzustand	I	II	III
p	0,4	0,4	0,2
$\tilde{X}_M$	1.200	1.600	1.000

Der sichere Zinssatz betrage  $r = 10\%$ .

Zur Beurteilung der Vorteilhaftigkeit von Investitionsprojekten ist folgende Ungleichung heranzuziehen:

$$\frac{1}{1+r} \cdot [\mu(X_I) - R \cdot b_I] - A_I > 0 \quad \text{mit } I = A, B, C.$$

Die Marktkonstante  $R$  beträgt im vorliegenden Fall  $0,03$ .  $b_I$  bezeichnet die Kovarianz zwischen den Rückflüssen des Investitionsprojektes und dem Marktportefeuille,  $A_I$  die Anfangsauszahlung.

Analysieren Sie die Vorteilhaftigkeit der drei Investitionsprojekte in dem beschriebenen Marktkontext des CAPM!

### Lösungshinweise:

$$\mu(X_M) = 1.320.$$

#### Projekt A

$$b_A = (85 - 108) \cdot (1.200 - 1.320) \cdot 0,4 + (110 - 108) \cdot (1.600 - 1.320) \cdot 0,4 + (150 - 108) \cdot (1.000 - 1.320) \cdot 0,2 = -1.360$$

$$\frac{1}{1,1} \cdot [108 - 0,03 \cdot (-1.360)] - 100 = 35,27 > 0.$$

Projekt A ist vorteilhaft.

#### Projekt B

$$b_B = -3.040$$

$$\frac{1}{1,1} \cdot [92 - 0,03 \cdot (-3.040)] - 100 = 66,55 > 0.$$

Projekt B ist ebenfalls vorteilhaft.

**Projekt C**

$$b_C = 2.240$$

$$\frac{1}{1,1} \cdot [108 - 0,03 \cdot 2.240] - 100 = -62,91 < 0.$$

Projekt C ist nicht vorteilhaft.

- c) Vergleichen Sie die Ergebnisse aus den Teilaufgaben a) und b) und erklären Sie kurz die Unterschiede! (12 P.)

**Lösungshinweise:**

Gegenüberstellung der Ergebnisse:

Investitionsprojekt	Teilaufgabe	
	a)	b)
A	-	+
B	-	+
C	-	-

mit: „-“ nicht vorteilhaft und „+“ vorteilhaft

Betrachtet man die Projekte **losgelöst vom Markt**, so sind sie alle nicht vorteilhaft. Die Unterlassensalternative bietet in jedem Fall ein höheres Endvermögen, obendrein ohne jegliches Risiko.

Unter den Prämissen des **CAPM** sind die Korrelationen zu den Rückflüssen aus dem Marktportefeuille relevant. Da die Korrelation bei Projekt C sehr hoch ist ( $b_C > 0$ ), ist dieses Projekt unvorteilhaft. Es entfaltet keine hinreichende risikomindernde Wirkung, welche den Rückgang des erwarteten Endvermögens gegenüber der Unterlassensalternative rechtfertigt. Die negativen Korrelationen ( $b_A, b_B < 0$ ) der Projekte A und B und damit ihr das Gesamtrisiko reduzierender Einfluss führen dagegen zu deren Vorteilhaftigkeit, obwohl ihre Durchführung das erwartete Endvermögen gegenüber der Unterlassensalternative senkt.

**Aufgabe 3: Investitionsanreizprobleme und Reputationseinsatz****60 Punkte**

Ein risikoneutraler, mittelloser Unternehmer U hat eine Auswahlentscheidung zwischen zwei Investitionsprojekten A und B mit einer Laufzeit von einer Periode zu treffen. Beide Projekte bedingen zu Beginn der Periode eine Investitionsauszahlung von 150 GE. Für die Projektrückflüsse  $e_i$  ( $i = A, B$ ) am Periodenende gilt:

$$e_A = 210,$$

$$e_B = \begin{cases} e_B^+ & \text{mit der Wahrscheinlichkeit } p = 0,75 \\ e_B^- = 0 & \text{mit der Wahrscheinlichkeit } (1 - p). \end{cases}$$

In der betrachteten Welt agiert eine Vielzahl risikoneutraler Geldgeber, welche miteinander konkurrieren und sich bereithalten, dem Unternehmer Zahlungsmittel in der gewünschten Höhe von 150 GE gegen ein im Folgenden näher zu spezifizierendes Rückzahlungsversprechen von  $h$  GE im Rahmen eines idealtypischen Fremdfinanzierungskontrakts zu überlassen. Der Opportunitätszins beträgt  $r = 0\%$ . Alle Akteure sind Endvermögensmaximierer.

- a) Unterstellen Sie eine **einperiodige** Welt. Beschreiben Sie prägnant, was vor dem Hintergrund der dargestellten Modellsituation unter einem Investitionsanreizproblem verstanden wird! **(10 P.)**

**Lösungshinweise:**

Als Investitionsanreizproblem bezeichnet man die Tatsache, dass der Unternehmer nicht glaubhaft die Durchführung des aus seiner Perspektive bei Informationssymmetrie überlegenen Investitionsprojektes vereinbaren kann. Er hat den Anreiz, ein anderes Projekt zu realisieren.

Die Ursache liegt in der Existenz dieses weiteren, riskanteren Projektes, von dessen zusätzlichen Chancen und Risiken Unternehmer und Geldgeber diametral betroffen sind: Der Unternehmer profitiert allein von den zusätzlichen Chancen, während die Risiken vom Geldgeber getragen werden. Den Anreiz zum Projektwechsel werden Geldgeber eskompensieren und sich vor den Risiken schützen, indem sie ihre Finanzierungsbedingungen entsprechend anpassen. In der Konsequenz kann der Unternehmer nur ein Ergebnis erzielen, wie er es auch dann könnte, wenn es das eigentliche überlegene Projekt gar nicht gäbe.

- b) Nehmen Sie an, es gelte  $e_B^+ = 250$ . Unterstellen Sie erneut eine **einperiodige** Welt!

- i) Zeigen Sie, dass ein Investitionsanreizproblem vorliegt! **(10 P.)**

- ii) Bestimmen Sie den Nachteil, den der Unternehmer aufgrund der Existenz des Investitionsanreizproblems zu tragen hat! (5 P.)
- iii) Bestimmen Sie den Nachteil, den der Geldgeber aufgrund der Existenz des Investitionsanreizproblems zu tragen hat! (5 P.)

### Lösungshinweise:

- i) Der Unternehmer orientiert sich an seinem erwarteten Residualerlös nach erfolgter Rückzahlung an den Geldgeber. Es gilt:

$$EW(U_A, h = 150) = 1 \cdot (210 - 150) = 60 \text{ GE sowie}$$

$$EW(U_B, h = 200) = 0,75 \cdot (250 - 200) + 0,25 \cdot 0 = 37,5 \text{ GE.}$$

Der Unternehmer präferiert die Vereinbarung von Projekt A ( $h_A = 150$ ). Es besteht dann jedoch ein Anreiz zum Projektwechsel, da gilt:

$$e_A - h_A < p \cdot (e_B^+ - h_A)$$

$$210 - 150 < 0,75 \cdot (250 - 150) \quad \Leftrightarrow \quad 60 < 75.$$

Ein Geldgeber eskomptiert die Durchführung von Projekt B, seine Rückzahlungsvereinbarung liegt somit bei  $h_B = 200$ . Der Unternehmer kann das überlegene Projekt A nicht glaubhaft vereinbaren.

- ii) Unmittelbar ergibt sich: Gegenüber der Situation mit Informationssymmetrie erleidet der Unternehmer im Erwartungswert einen Nachteil von  $60 - 37,5 = 22,5$  GE.
- iii) Geldgeber sind indifferent bezüglich der Projektdurchführung, solange sie im Erwartungswert eine Rückzahlung von 150 GE erhalten, was durchweg der Fall ist. Die Kosten der Informationsasymmetrie, d.h. des Übergangs von Projekt A zu B, trägt allein der Unternehmer. Das sieht man auch daran, dass der Erwartungswert der **gesamten** Projektrückflüsse sich von 210 GE auf 187,5 GE reduziert (Differenz 22,5 GE), was exakt dem ausschließlich vom Unternehmer zu tragenden Nachteil entspricht.

- c) Gehen Sie weiterhin von einer **einperiodigen** Welt aus.

- i) In welchem Intervall muss der Projektrückfluss  $e_B^+$  liegen, damit überhaupt ein Investitionsanreizproblem vorliegt? Geben Sie die untere sowie die obere Intervallgrenze an! (12 P.)
- ii) Welches Projekt wird durchgeführt, wenn  $e_B^+$  außerhalb der Intervallgrenzen liegt? Begründen Sie Ihre Antwort kurz! (6 P.)

**Lösungshinweise:**

- i) Die **untere Grenze** wird durch die Tatsache determiniert, dass bei Informationsasymmetrie für den Unternehmer ein Anreiz bestehen muss, trotz Vereinbarung von Projekt A zu Projekt B zu wechseln:

$$e_A - h_A < p \cdot (e_B^+ - h_A)$$

$$210 - 150 < 0,75 \cdot (e_B^+ - 150) \Leftrightarrow e_B^+ > 230.$$

Die **obere Grenze** ergibt sich daraus, dass bei Informationsasymmetrie der Unternehmer das sichere Projekt A dem riskanten Projekt B vorziehen muss:

$$e_A - h_A > p \cdot (e_B^+ - h_B)$$

$$210 - 150 > 0,75 \cdot \left( e_B^+ - \frac{150}{0,75} \right) \Leftrightarrow e_B^+ < 280.$$

Damit ein Investitionsanreizproblem vorliegt, muss  $e_B^+$  somit größer als 230, aber kleiner als 280 sein.

- ii) Wenn  $e_B^+$  **unterhalb** von 230 liegt, kann der Unternehmer glaubhaft die Durchführung von Projekt A vereinbaren. Obwohl er alle zusätzlichen Risiken auf den Geldgeber abwälzen könnte, ist ein Übergang zu Projekt B nicht sinnvoll. Der erwartete Residualerlös wäre zu gering.

Liegt  $e_B^+$  dagegen **oberhalb** von 280, gilt zugleich  $\mu_A < \mu_B$ . Aus Unternehmersicht ist damit von vornherein Projekt B optimal, dieses wird auch vereinbart und durchgeführt.

- d) Es gilt jetzt, wie bereits in Teilaufgabe b),  $e_B^+ = 250$ . Unterstellen Sie nunmehr keine einperiodige Welt, sondern einen **unendlichen** Zeithorizont mit unendlich vielen Perioden. Sofern der Unternehmer in einer Periode eines der beiden Investitionsprojekte durchführt, hat er mit der Wahrscheinlichkeit  $q$  auch in der Folgeperiode die Möglichkeit, erneut ein Projekt durchzuführen. Am Ende jeder Periode konsumiert der Unternehmer alle eventuellen Residualerlöse und ist somit wiederum mittellos. Wenn der Unternehmer sich in der Vorperiode nicht vertragskonform verhalten hat, d.h. er nicht das vereinbarte Projekt durchgeführt hat, ist in der Folgeperiode kein Geldgeber bereit, ihm Zahlungsmittel zu überlassen. (12 P.)

Bestimmen Sie, welchen Wert die Projektfolgewahrscheinlichkeit  $q$  mindestens annehmen muss, um das Investitionsanreizproblem zu lösen, d.h. damit der Anreiz entfällt, bei vertraglicher Vereinbarung von Projekt A gleichwohl

Projekt B durchzuführen! Erläutern Sie Ihre Überlegungen kurz und gehen Sie auf den Begriff **Reputationswert** ein!

**Hinweis:** Eine geometrische Reihe der Form  $1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n$  mit  $(0 \leq x < 1)$  hat für  $n \rightarrow \infty$  den Grenzwert  $\frac{1}{1-x}$ .

**Lösungshinweise:**

Der Unternehmer bezieht jetzt mögliche Folgeprojekte in sein Kalkül ein. Er findet nur dann einen Geldgeber, wenn er sich in der Vorperiode vertragskonform verhalten hat. Der Barwert seiner erwarteten Rückflüsse bei Durchführung von Projekt A muss größer sein als sein einmaliger erwarteter Rückfluss aus der vertragswidrigen Durchführung von Projekt B. Mit  $(h = f = 150)$  gilt:

$$(e_A - f) + (e_A - f) \cdot q + (e_A - f) \cdot q^2 + \dots > p \cdot (e_B^+ - f)$$

$$(e_A - f) \cdot \frac{1}{1-q} > p \cdot (e_B^+ - f)$$

$$q > 1 - \frac{e_A - f}{p \cdot (e_B^+ - f)}$$

$$q > 1 - \frac{210 - 150}{0,75 \cdot (250 - 150)}$$

$$q > 0,2.$$

Wenn die Projektfolgewahrscheinlichkeit  $q$  größer als 20 % ist, gewinnen mögliche Folgeprojekte (in der Zukunft) eine so große Bedeutung, dass der Anreiz, vom vereinbarten Projekt A (in der Gegenwart) abzuweichen, entfällt.

Der Barwert der möglichen Folgeprojekte ist dann größer als 15 GE und damit höher als der einmalige Betragsvorteil von 15 GE (= 75 – 60). Dieser Barwert kann als Reputationswert bezeichnet werden.