

FernUniversität in Hagen
Fakultät für Wirtschaftswissenschaft

Lösungshinweise zur Klausur

Klausur: Finanz- und bankwirtschaftliche Modelle

Prüfer: Univ.-Prof. Dr. Michael Bitz

Termin: 5. März 2009

Aufgabe	1	2	3	Summe
maximale Punktzahl	18	60	42	120

Zum Gebrauch der Lösungshinweise zu Klausuren:

Zur Einordnung der folgenden Lösungshinweise und zum sinnvollen Umgang mit diesen Hinweisen beachten Sie bitte Folgendes:

1. Die Lösungshinweise sollen Ihnen Hilfestellungen bei der Einordnung selbsterstellter Lösungen und bei der Suche nach Lösungsansätzen bieten. Sie fallen überwiegend deutlich knapper aus als eine zur Erlangung der vollen Punktzahl bei der Klausurbearbeitung verlangte vollständige Lösung, in der Lösungsansätze und Lösungswege grundsätzlich nachvollziehbar sein müssen.
2. Die Lösungshinweise skizzieren nur *eine* mögliche Lösung, bzw. *einen* möglichen Lösungsansatz. Oftmals existieren alternative Ergebnisse bzw. Ansätze, die bei einer Klausurkorrektur ebenfalls als Lösungen akzeptiert würden.
3. Die Lösungshinweise sollen Ihnen im Endstadium der Klausurvorbereitung, also dann, wenn Sie sich „fit für die Klausur“ fühlen, die Möglichkeit bieten, Ihren Vorbereitungsstand zu überprüfen. Eine Erarbeitung der für die erfolgreiche Klausurteilnahme relevanten Inhalte anhand alter Klausuren und entsprechender Lösungshinweise ist wenig sinnvoll, da die Darstellung der relevanten Inhalte den Kursen vorbehalten ist und diese dort entsprechend didaktisch aufbereitet sind.
4. Bitte beachten Sie: Lösungshinweise können aus heutiger Sicht veraltet sein, z.B., wenn Sie sich auf eine zum Zeitpunkt der Klausurerstellung geltende Rechtsnorm beziehen, die nicht mehr gültig ist. Ebenso ist zu beachten, dass sich im Laufe der Zeit die Kursinhalte ändern können. Daher finden Sie möglicherweise in aktuellen Kurseinheiten keine Ausführungen zu den hier präsentierten Lösungsansätzen.

Aufgabe 1: Ermittlung und Entscheidungsrelevanz von Marktzinssätzen

18 Punkte

An einem idealen, arbitrage- und transaktionskostenfreien Finanzmarkt kann ein mittelloser Investor folgende Kuponanleihen in beliebigen Vielfachen oder Bruchteilen erwerben und verkaufen sowie beliebig miteinander kombinieren:

Anleihe	Fälligkeit in t =	Kupon	Aktueller Kurs in t = 0
A	1	5%	98
B	2	7%	95

Die Anleihen sind risikolos und werden bei Fälligkeit zu pari (= 100) getilgt.

Der Investor denkt über die Durchführung eines Investitionsprojektes mit der sicheren Zahlungsreihe $e_0 = -150$, $e_1 = 59$ und $e_2 = 110$ nach.

Bestimmen Sie, ob das Investitionsprojekt vor dem beschriebenen Finanzmarkthintergrund vorteilhaft ist! Ermitteln Sie dazu aus den Transaktionsmöglichkeiten des Finanzmarktes zunächst die Forward-Rates, d. h. die periodenindividuellen Zinssätze, zu denen Zahlungsmittel zwischen zwei aufeinander folgenden Zeitpunkten transferiert werden können! Berechnen Sie anschließend den Kapitalwert des Investitionsprojektes!

Hinweis: Runden Sie alle Ihre Ergebnisse auf drei Nachkommastellen!

Lösungshinweise:

Zunächst ist der Zinssatz für Transfers zwischen $t = 0$ und $t = 1$ zu berechnen, anschließend derjenige zwischen $t = 1$ und $t = 2$:

$$98 = 105 \cdot (1 + FR_1)^{-1} \Leftrightarrow FR_1 = 7,143\%,$$

$$95 = 7 \cdot (1 + FR_1)^{-1} + 107 \cdot (1 + FR_1)^{-1} \cdot (1 + FR_2)^{-1} \Leftrightarrow FR_2 = 12,886\%.$$

Für den Kapitalwert des Investitionsprojektes ergibt sich:

$$\begin{aligned} K &= -150 + 59 \cdot (1 + FR_1)^{-1} + 110 \cdot (1 + FR_1)^{-1} \cdot (1 + FR_2)^{-1} \\ &= -150 + 59 \cdot 1,07143^{-1} + 110 \cdot 1,07143^{-1} \cdot 1,12886^{-1} \\ &= -3,986. \end{aligned}$$

Der Kapitalwert ist negativ, das Projekt vor dem Hintergrund der unterstellten Finanzmarktaktivitäten also unvorteilhaft.

Aufgabe 2: FISHER/HIRSHLEIFER-Modell**60 Punkte**

Zwei Entscheider A und B verfügen in der Welt von FISHER/HIRSHLEIFER im Zeitpunkt $t = 0$ jeweils über Mittel in Höhe von $Q = 600$. Beide Entscheider können in $t = 0$ in ein Realinvestitionsprojekt investieren, dessen Rückfluss am Periodenende durch die Funktion $R = 30 \cdot \sqrt{I}$ beschrieben wird. Für die Präferenzfunktionen der Akteure gilt:

– Entscheider A: $\varphi_A = C_{A_0} \cdot C_{A_1}$

– Entscheider B: $\varphi_B = (C_{B_0})^{\frac{37}{19}} \cdot C_{B_1}$

Hinweis: Runden Sie alle Ihre Ergebnisse auf drei Nachkommastellen!

- a) Unterstellen Sie, dass ein **Finanzmarkt nicht existiert**.
- i) Leiten Sie für Entscheider **A** die optimale Entscheidung über die Höhe **(10 P.)**
- der Investitionsauszahlung in $t = 0$ sowie
 - der Konsumauszahlungen in $t = 0$ und $t = 1$
- analytisch her!

Lösungshinweise:

1. Investitionssumme:

Die Investitionssumme muss so gewählt werden, dass der Präferenzwert φ des jeweiligen Entscheiders maximiert wird. Für A gilt:

$$\begin{aligned}\varphi_A &= C_{A_0} \cdot C_{A_1} \\ &= (Q - I_A) \cdot R_A \\ &= (600 - I_A) \cdot 30 \cdot \sqrt{I_A}.\end{aligned}$$

Im Optimum muss gelten:

$$\begin{aligned}\frac{\delta\varphi_A}{\delta I_A} &= -30 \cdot \sqrt{I_A} + (600 - I_A) \cdot \frac{15}{\sqrt{I_A}} \stackrel{!}{=} 0 \\ \Leftrightarrow -30 \cdot I_A + (600 - I_A) \cdot 15 &= 0 \\ \Leftrightarrow I_A &= 200.\end{aligned}$$

2. Konsum in $t = 0$ und $t = 1$:

$$C_{A_0} = Q - I_A = 600 - 200 = 400,$$

$$C_{A_1} = R_A = 30 \cdot \sqrt{I_A} = 30 \cdot \sqrt{200} = 424,264.$$

- ii) Erläutern Sie, ohne konkrete Berechnungen anzustellen, ob und wenn ja wie sich der Investitions- und/oder Konsumplan des Entscheiders **B** von dem jeweils korrespondierenden Plan des A unterscheidet! (6 P.)

Lösungshinweise:

Die Investitions- und Konsumpläne von A und B weichen voneinander ab. Die Ursache dafür liegt in den unterschiedlichen Präferenzfunktionen. Die Gegenwartspräferenz von Entscheider B ist größer als die von A (wenn der Konsum in $t = 0$ größer als 1 ist); C_{B_0} geht mit $37/19 > 1$ potenziert in die Funktion ein.

Daraus folgt für B im Vergleich zu A ein höherer Konsum sowie eine geringere Investition in $t = 0$. Korrespondierend dazu ist in $t = 1$ der Konsum von B geringer als der von A.

- b) Nehmen Sie jetzt an, dass ein **vollkommener Finanzmarkt** existiert. Der Zinssatz betrage $r = 20\%$.

- i) Leiten Sie für **A und B** jeweils die optimale Entscheidung über die Höhe der Investitionsauszahlung in $t = 0$ analytisch her! Bestimmen Sie außerdem jeweils den Rückfluss aus dem Projekt in $t = 1$! (8 P.)

Lösungshinweise:

Im Optimum muss gelten: Grenzertrag der Investition = Grenzertrag der Anlage am Finanzmarkt. Dies ist unabhängig vom Entscheider.

$$\frac{dR}{dI} = 1,2$$

$$15 \cdot \frac{1}{\sqrt{I}} = 1,2 \Leftrightarrow I = 156,25.$$

$$R = 30 \cdot \sqrt{I} = 30 \cdot \sqrt{156,25} = 375.$$

- ii) Leiten Sie für den Entscheider **A** die optimale Entscheidung über die Höhe
– der Mittelanlage bzw. -aufnahme in $t = 0$ sowie (12 P.)

– der Konsumauszahlungen in $t = 0$ und $t = 1$

analytisch her!

Lösungshinweise:

1. Anlagebetrag:

Der Anlagebetrag muss so gewählt werden, dass unter Berücksichtigung des optimalen I der Präferenzwert φ_A maximiert wird:

$$\begin{aligned}\varphi_A &= C_{A_0} \cdot C_{A_1} \\ &= (Q - I - A_A) \cdot [R + (1 + r) \cdot A_A].\end{aligned}$$

Im Optimum muss gelten:

$$\frac{\delta\varphi}{\delta A_A} = -R - (1 + r) \cdot A_A + (1 + r) \cdot (Q - I - A_A) \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Leftrightarrow -R + (1 + r) \cdot (Q - I) - 2 \cdot (1 + r) \cdot A_A = 0$$

$$\Leftrightarrow A_A = 65,625.$$

Entscheider A legt also Mittel in Höhe von 65,625 zu 20% am Finanzmarkt an.

2. Konsum in $t = 0$ und $t = 1$:

$$C_{A_0} = Q - I - A_A = 378,125,$$

$$C_{A_1} = R + (1 + r) \cdot A_A = 375 + 1,2 \cdot 65,625 = 453,75.$$

- iii) Erläutern Sie, unter welchen Voraussetzungen Entscheider **B** überhaupt am Finanzmarkt agiert und wenn ja, ob er dort Mittel anlegt oder aufnimmt! Stellen Sie keine zusätzlichen Berechnungen an und unterscheiden Sie die möglichen Konstellationen systematisch! (12 P.)

Lösungshinweise:

Aus Aufgabenteil a) wissen wir, dass Entscheider A bei Fehlen des Finanzmarktes eine (nutzenmaximale) Investitionshöhe von $I_A = 200$ wählt. Außerdem ist bekannt, dass B aufgrund seiner stärkeren Gegenwartspräferenz weniger als A investiert, d. h. $I_B < 200$. Schließlich gilt bei der Existenz des vollkommenen Finanzmarktes $I = 156,25$. In Abhängigkeit vom konkreten I_B sind drei Fälle zu unterscheiden:

1. $I_B > 156,25$ B legt Mittel am Finanzmarkt an, jedoch weniger als A,

- | | |
|-------------------|--|
| 2. $I_B = 156,25$ | B agiert überhaupt nicht am Finanzmarkt, er erreicht das optimale Nutzenniveau allein durch das Realprojekt, |
| 3. $I_B < 156,25$ | B nimmt Mittel am Finanzmarkt auf. |

- c) Erläutern Sie zunächst den Begriff „FISHER-Separation“ und diskutieren Sie anschließend kurz, welche Implikationen mit der Einführung eines **unvollkommenen Finanzmarktes** verbunden sind! (12 P.)

Lösungshinweise:

In einer Welt **ohne Finanzmarkt** ist das Realinvestitionsprogramm von den intertemporalen Präferenzen der Entscheider (vgl. Teilaufgabe a)) und dem Volumen ihrer Anfangsausstattung abhängig.

Bei Existenz eines **vollkommenen Finanzmarktes** ist das Realinvestitionsvolumen dagegen sowohl von den intertemporalen Präferenzen als auch dem Volumen der Anfangsausstattung unabhängig. Lediglich die Konsumentscheidungen (und die Finanzmarkttransaktionen) hängen weiterhin von diesen Parametern ab (vgl. Teilaufgabe b)). Diese Trennungsmöglichkeit von Investitions- und Konsumentscheidung bei Vorliegen eines vollkommenen Finanzmarktes wird auch als FISHER-Separation bezeichnet.

Liegt ein **unvollkommener Finanzmarkt** vor, d. h. differieren Soll- und Habenzins, besteht diese Separationsmöglichkeit nicht. Für unterschiedliche Entscheider können unterschiedliche Realinvestitionsprogramme optimal sein. Lediglich Investitionsvolumina an den Rändern der Transformationskurve können weiterhin in jedem Fall als suboptimal ausgeschlossen werden.

Aufgabe 3: Anreizkompatible Fremdfinanzierungsverträge**42 Punkte**

In einer idealisierten Welt existieren lediglich ein mittellose Unternehmer sowie unendlich viele Geldgeber. Alle Akteure sind risikoneutrale Endvermögensmaximierer. Dem Unternehmer steht ein risikobehaftetes Investitionsprojekt mit einer Laufzeit von einer Periode zur Verfügung. Das Projekt erfordert zu Beginn der Periode eine Investitionsauszahlung von 8 GE. Für die Projektrückflüsse e am Periodenende gilt:

$$e = \begin{cases} e_1 = 14 \text{ GE mit der Wahrscheinlichkeit } p(e_1) = 0,75 \\ e_2 = 4 \text{ GE mit der Wahrscheinlichkeit } p(e_2) = 0,25. \end{cases}$$

Die Geldgeber konkurrieren miteinander. Sie verfügen im Zeitpunkt $t = 0$ jeweils über Zahlungsmittel in Höhe von 1,6 GE. Der Opportunitätszins beträgt $r = 25\%$.

Zwischen den Akteuren werden idealtypische Fremdfinanzierungsverträge mit festen Rückzahlungsvereinbarungen geschlossen. Der tatsächlich realisierte Projektrückfluss sei – zumindest in der Ausgangssituation – eine private Information des Unternehmers. Geldgeber sind somit (zunächst) auf die Bekanntgabe des Projektergebnisses durch den Unternehmer angewiesen. Dies sei die **einzigste Informationsasymmetrie** zwischen den Vertragspartnern.

Kommt der Unternehmer Rückzahlungsansprüchen nicht in voller Höhe nach, so werden die Rückflüsse quotal auf alle Geldgeber aufgeteilt.

- a) Würden Geldgeber dem Unternehmer Zahlungsmittel für eine Projektdurchführung zur Verfügung stellen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 P.)**

Lösungshinweise:

Der Unternehmer benötigt zur Projektdurchführung 8 GE, mithin 5 Geldgeber, welche im Erwartungswert mindestens die sichere Verzinsung von 25% erzielen möchten. Der sein Endvermögen maximierende Unternehmer wird – unabhängig vom tatsächlichen Projektergebnis – immer einen Projektrückfluss von 4 GE angeben. Dies können die Geldgeber annahmegemäß nicht verifizieren oder gar sanktionieren. Die (sichere) Rückzahlung an sie beträgt folglich in der Summe 4 GE bzw. 0,8 GE pro Geldgeber. Die Anlage zum Opportunitätszins erbringt dagegen 10 GE bzw. 2 GE pro Geldgeber. Das Projekt wird nicht finanziert.

- b) Nun bestünde für Geldgeber die Möglichkeit, durch **Monitoring** den tatsächlichen Projektrückfluss zu erfahren. Ein Geldgeber muss dazu 0,15 GE (monetär gemessenes Arbeitsleid der Kontrolle) aufwenden, welche sein Anfangsvermögen von 1,6 GE nicht mindern. Die Monitoringkosten sind vom beobachteten Projektergebnis unabhängig.

- i) Unterstellen Sie, dass vertraglich ein Rückzahlungsbetrag in Höhe von $h = 2,7$ GE pro Geldgeber vereinbart wird. Würden Geldgeber dem Unternehmer Zahlungsmittel für eine Projektdurchführung zur Verfügung stellen? Begründen Sie Ihre Antwort rechnerisch! (8 P.)

Lösungshinweise:

Finanzierungsverträge werden allenfalls dann geschlossen, wenn die Geldgeber Monitoring durchführen (vgl. Teilaufgabe a)). Das tatsächliche Projektergebnis ist dann keine private Information des Unternehmers mehr. Es kommt in der Summe für die Geldgeber zu folgenden erwarteten Rückflüssen:

$$EW(G, h = 2,7) = (2,7 \cdot 5) \cdot 0,75 + (0,8 \cdot 5) \cdot 0,25 - 0,15 \cdot 5 = 10,375 > 10.$$

Obwohl Monitoringkosten anfallen, verbleibt ein erwarteter Mehrerlös gegenüber der Alternativenanlage. Ein einzelner Geldgeber erwartet 2,075 GE gegenüber 2 GE bei der Alternativenanlage. Die Geldgeber würden Zahlungsmittel zu diesen Konditionen zur Verfügung stellen.

- ii) Würde der Unternehmer Finanzierungsverträge mit einem Rückzahlungsbetrag von $h = 2,7$ GE pro Geldgeber abschließen, wenn ihm – egal aus welchen Gründen – keine anderen Finanzierungsmöglichkeiten zur Verfügung stehen? Begründen Sie Ihre Antwort rechnerisch! (4 P.)

Lösungshinweise:

Der Unternehmer würde in Ermangelung an Alternativen den Vertrag akzeptieren, da er einen positiven erwarteten Rückfluss in Höhe von 0,375 GE erzielt:

$$EW(U, h = 2,7) = (14 - 2,7 \cdot 5) \cdot 0,75 + 0 \cdot 0,25 = 0,375 > 0.$$

- iii) Welcher Rückzahlungsbetrag h^* würde in der beschriebenen Welt vereinbart werden? Bestimmen Sie den erwarteten Überschuss der Geldgeber und des Unternehmers! (8 P.)

Lösungshinweise:

Die unendliche Zahl miteinander konkurrierender Geldgeber führt dazu, dass sich diese im Erwartungswert auf den Nullgewinn drücken: Kein Geldgeber kann im Erwartungswert durch den Abschluss eines Finanzierungsvertrages mehr als durch die Alternativenanlage erzielen:

$$EW(G, h^*) = (h^* \cdot 5) \cdot 0,75 + (0,8 \cdot 5) \cdot 0,25 - 0,15 \cdot 5 \stackrel{!}{=} 10$$

$$\Leftrightarrow h^* = 2,6.$$

Bei einer Rückzahlungsvereinbarung von $h^* = 2,6$ erzielen die Geldgeber im Erwartungswert einen Nullgewinn. Der erwartete Überschuss des Unternehmers beträgt jetzt:

$$EW(U, h^* = 2,6) = (14 - 2,6 \cdot 5) \cdot 0,75 + 0 \cdot 0,25 = 0,75 > 0,375 > 0.$$

- c) Es besteht jetzt die Möglichkeit, den Unternehmer bei nicht vollständig geleisteter Rückzahlung zu bestrafen. Monitoring ist nicht möglich. Die Strafe sei nicht monetär, wird durch den Unternehmer jedoch monetär bewertet. Die **Strafffunktion** φ lautet:

$$\varphi(e) = h - z(e).$$

mit:

e: durch den Unternehmer bekannt gegebener Rückfluss aus dem Projekt,

$z(e)$: Gesamtückzahlung eines Unternehmers an **alle** Geldgeber,

h: kumulierte Rückzahlungsvereinbarung **aller** Geldgeber.

Sind die Beträge aus der Strafe und aus einer möglichen Zahlung identisch, so entscheidet sich der Unternehmer für die Rückzahlung an die Geldgeber.

- i) Berechnen Sie, auf welchen Wert h fixiert wird, wenn die Geldgeber miteinander konkurrieren! Ermitteln Sie darauf aufbauend für den Unternehmer den Erwartungswert der Strafe! **(8 P.)**

Lösungshinweise:

Die Rückzahlungsvereinbarung muss so bemessen sein, dass die Geldgeber im Erwartungswert einen Nullgewinn erzielen:

$$EW(G, h) = h \cdot 0,75 + (0,8 \cdot 5) \cdot 0,25 = 10$$

$$\Leftrightarrow h = 12.$$

Für den Erwartungswert der Strafe gilt:

$$E(\varphi(e)) = (12 - 12) \cdot 0,75 + (12 - 4) \cdot 0,25 = 2.$$

- ii) Würde der Unternehmer unter diesen Bedingungen die Finanzierungs-kontrakte mit den Geldgebern abschließen? Begründen Sie Ihre Antwort rechnerisch! **(4 P.)**

Lösungshinweise:

Der Unternehmer bewertet die Strafe monetär. Der Erwartungswert der Strafe ist folglich vom erwarteten Überschuss aus dem Projekt abzuziehen:

$$EW(U, h = 2) = (14 - 12) \cdot 0,75 + 0 \cdot 0,25 - 2 = -0,5 < 0.$$

Der Unternehmer erwartet einen negativen „Rückfluss“ und würde nicht kontrahieren.

- d) Inwiefern kann **unter den einleitend genannten Prämissen** die Einschaltung eines Finanzintermediärs bei der Lösung der durch die Informationsasymmetrie hervorgerufenen Probleme hilfreich sein? Begründen Sie Ihre Antwort kurz und prägnant! (6 P.)

Lösungshinweise:

Da in der skizzierten Modellwelt nur ein Unternehmer existiert, kann die Einschaltung eines Finanzintermediärs keine Vorteile bringen. Im Gegenteil, durch den Intermediär tritt eine zusätzliche Delegationsbeziehung auf, die zusätzliche Kosten verursacht. Dies gilt unabhängig davon, ob eine Problemlösung durch Monitoring oder Verträge mit Straffunktion erfolgt.