

---

---

## Modul 32521: Finanz- und bankwirtschaftliche Modelle (Kurs 42000)

### Lösungshinweise zur Einsendearbeit Nr. 2 im SS 2020

---

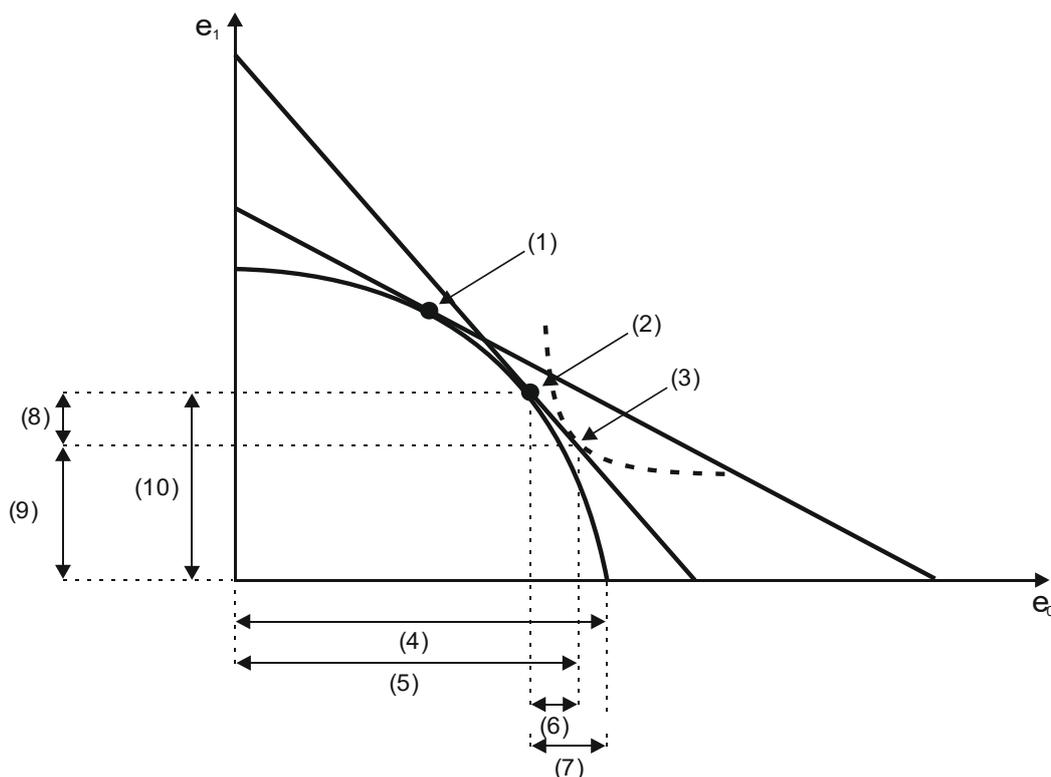
---

#### Aufgabe 1

30 Punkte

Ein Investor mit der vom Konsum im Zeitpunkt  $t = 0$  und  $t = 1$  abhängigen Konsumnutzenfunktion  $U$  verfügt im Zeitpunkt  $t = 0$  über eigene Mittel in Höhe von  $E$ . Dem Investor steht zum einen die Möglichkeit offen, durch Realinvestitionen gemäß der Investitionsfunktion  $R(I)$  Konsummöglichkeiten aus der Gegenwart ( $t = 0$ ) in die Zukunft ( $t = 1$ ) zu übertragen, zum anderen kann der Investor in beliebiger Höhe einjährige Geldanlagen zum Zinssatz  $r_H$  und einjährige Kreditaufnahmen zum Zinssatz  $r_S$  tätigen.

Nachfolgend finden Sie eine Ihnen aus der KE 3 des hier relevanten Moduls bekannte Grafik, in der Sie in typisierter Form Informationen zum optimalen Investitions-, Finanzierungs- und Konsumplan eines Investors finden. Beantworten Sie mit Bezug auf diese Grafik die Teilaufgaben a) und b). Für die Bearbeitung der Teilaufgabe c) ist die Grafik nicht relevant.



- a) In vorstehender Grafik sind insgesamt zehn jeweils eindeutig durch eine der Zahlen (1) bis (10) gekennzeichnete Punkte bzw. Strecken abgebildet. Geben Sie zunächst an, wie die durch die Zahlen (1) bis (10) gekennzeichneten Punkte bzw. Strecken und die unterschiedlich langen Strecken (6) und (7) vor dem Hintergrund des Fisher-Hirshleifer-Modells ökonomisch interpretiert werden können! Tragen Sie anschließend in die Grafik den Punkt ein, der möglichst exakt das für den betrachteten Investor maximal erreichbare Konsumniveau im Zeitpunkt  $t = 1$  kennzeichnet! **(16 P.)**

**Lösung:**

- (1) : Optimales Realinvestitionsvolumen eines Investors mit stark ausgeprägter Präferenz für zukünftigen Konsum
- (2) : Optimales Realinvestitionsvolumen eines Investors mit stark ausgeprägter Präferenz für gegenwärtigen Konsum
- (3) : Nutzenmaximale erreichbare Konsumposition
- (4) : Erstausrüstung des Investors mit Finanzmitteln im Zeitpunkt  $t = 0$
- (5) : Konsumbetrag im Zeitpunkt  $t = 0$
- (6) : Kreditaufnahmebetrag im Zeitpunkt  $t = 0$
- (7) : Realinvestitionsvolumen im Zeitpunkt  $t = 0$
- (8) : Kreditrückzahlungsbetrag inkl. Zinsen im Zeitpunkt  $t = 1$
- (9) : Konsumbetrag im Zeitpunkt  $t = 1$
- (10) : Rückfluss aus Realinvestitionen im Zeitpunkt  $t = 1$
- (6) – (7) : Das Realinvestitionsvolumen entspricht ca. 20 % der dem Investor in  $t = 0$  zur Verfügung stehenden Anfangsausstattung mit Finanzmitteln und ein Teil der Realinvestitionen (ca. 60 %) wird durch Kreditaufnahme finanziert.

Maximal erreichbare Konsumniveau im Zeitpunkt  $t = 1$ : Schnittpunkt der Geldanlagegerade und der Ordinate.

- b) Nachfolgend sind sechs verschiedene Wertetupel (a; b; c; d) angegeben. Der Wert a gibt die Höhe des Ausgangsvermögens des Investors an, der Wert b die Höhe seines optimalen Investitionsvolumens, der Wert c die Höhe seines Anlagebetrages am Finanzmarkt und der Wert d die Höhe seines aufgenommenen Kredits. (5 P.)

T1: (1.000; 200; 0; 200)

T2: (1.000; 200; 120; 0)

T3: (1.000; 200; 0; 120)

T4: (1.000; 800; 120; 0)

T5: (1.000; 800; 0; 120)

T6: (1.000; 800; 0; 200)

Welcher Tupel gibt am ehesten die in der obigen Grafik abgebildete Situation des betrachteten Investors wieder? Begründen Sie kurz Ihre Entscheidung!

**Lösung:**

T3 passt als einziger der sechs Tupel zur abgebildeten Situation. Das Realinvestitionsvolumen entspricht betraglich ca. 20 % der Anfangsausstattung des Investors mit Finanzmitteln und das Realinvestitionsvolumen wird zu ca. 60 % durch Kreditaufnahme finanziert.

c) Geben Sie unter Berücksichtigung der jeweils vorliegenden Informationen an, (9 P.)  
ob Sie die folgenden Aussagen i) bis iii)

- für eindeutig richtig halten (R),
- für eindeutig falsch halten (F) oder
- nicht eindeutig als richtig oder falsch beurteilen können, da Ihnen beurteilungsrelevante Angaben fehlen (!)?

Machen Sie Ihre Einschätzung durch eine der vorgegebenen Markierungen deutlich und begründen Sie diese jeweils kurz!

- i) Steht einem Investor mit einem Ausgangsvermögen in Höhe von  $E > 0$  in  $t = 0$  ein Realinvestitionsprojekt mit abnehmender Grenzrendite zur Verfügung, dann ist sein nutzoptimaler Investitionsplan bei Zugang zu einem **vollkommenen** Finanzmarkt unabhängig von der Höhe des Marktzinssatzes und unabhängig von seiner individuellen Konsumnutzenfunktion. F
- ii) Steht einem Investor mit einem Ausgangsvermögen in Höhe von  $E > 0$  in  $t = 0$  ein Realinvestitionsprojekt mit abnehmender Grenzrendite zur Verfügung, dann ist sein nutzoptimaler Konsumplan bei Zugang zu einem **vollkommenen** Finanzmarkt unabhängig von der Höhe des Marktzinssatzes und unabhängig von seiner individuellen Konsumnutzenfunktion. F
- iii) Steht einem Investor mit einem Ausgangsvermögen in Höhe von  $E > 0$  in  $t = 0$  ein Realinvestitionsprojekt mit abnehmender Grenzrendite zur Verfügung und hat er Zugang zu einem **unvollkommenen** Finanzmarkt, dann legt er in  $t = 0$  weder Mittel an noch nimmt er Kredite auf. ?

**Begründungen:**

- i) Vgl. Kurs 42000, KE 3, GP 2.1.4 - 2.1.6
- ii) Vgl. Kurs 42000, KE 3, GP 2.1.4 - 2.1.6
- iii) Vgl. Kurs 42000, KE 3, GP 2.1.4 - 2.1.6

## Aufgabe 2

20 Punkte

- a) Im Zusammenhang mit einem Unternehmenskauf wird die folgende für alle Perioden gleiche Verteilung der erwarteten finanziellen Überschüsse aus dem Kaufobjekt für einen unendlichen Zeitraum prognostiziert.

Überschuss	Eintrittswahrscheinlichkeit p
16	0,25
81	0,25
256	0,25
625	0,25

Für sichere Anlagen wird mit einem Kalkulationszinssatz in Höhe von  $r = 2\%$  p. a. gerechnet.

- a1) Berechnen Sie den Unternehmenswert nach der Sicherheitsäquivalentmethode. Gehen Sie bei der Ermittlung der Sicherheitsäquivalente von der Risiko-Nutzen-Funktion  $u(x) = x^{0,25}$ ! (4 P.)

### Lösung:

$$\begin{aligned}\varphi &= 16^{0,25} \cdot 0,25 + 81^{0,25} \cdot 0,25 + 256^{0,25} \cdot 0,25 + 625^{0,25} \cdot 0,25 \\ &= 0,5 + 0,75 + 1 + 1,25 \\ &= 3,5\end{aligned}$$

$$S\ddot{A} = 3,5^4 = 150,0625$$

$$UW = \frac{S\ddot{A}}{r} = \frac{150,06}{0,02} = 7.503,125.$$

- a2) Es wird vorgeschlagen, den Unternehmenswert durch Anwendung der sogenannten Risikozuschlagsmethode zu bestimmen. Wie groß müsste der Zuschlag auf den (bzw. der Abschlag vom) sicheren Zinssatz sein, damit sich bei Anwendung der Risikozuschlagsmethode exakt der gleiche Unternehmenswert ergibt wie bei Anwendung der Sicherheitsäquivalentmethode auf der Basis der Risiko-Nutzen-Funktion  $u(x) = x^{0,25}$  ? (4 P.)

**Lösung:**

$$UW = \frac{\mu}{r + z^*} \Leftrightarrow 7.503,25 = \frac{244,5}{0,02 + z^*} \Leftrightarrow z^* = 0,01259.$$

Der Risikozuschlag müsste folglich ca. 60 % auf den sicheren Zinssatz betragen. Der risikoangepasste Kalkulationszinssatz beträgt ca. 3,26 %.

- a3) Es wird vorgeschlagen, den Unternehmenswert auf Basis des sogenannten  $\mu - \sigma - \text{Kriteriums}$  unter Berücksichtigung der speziellen Präferenzfunktion  $PR = \mu - \alpha \cdot \sigma$  mit  $\alpha \geq 0$  zu bestimmen. Für den Unternehmenswert soll gelten:  $UW = PR / r$ . Wie groß müsste der Wert des Risikoparameters  $\alpha$  sein, damit sich bei Anwendung des  $\mu - \sigma - \text{Kriteriums}$  exakt der gleiche Unternehmenswert ergibt wie bei Anwendung der Sicherheitsäquivalentmethode auf der Basis der Risiko-Nutzen-Funktion  $u(x) = x^{0,25}$ ? (4 P.)

**Lösung:**

$$\mu = 244,5$$

$$\sigma^2 = (16 - 244,5)^2 \cdot 0,25 + \dots + (625 - 244,5)^2 \cdot 0,25 = 55.964,25$$

$$\sigma = \sqrt{55.964,25} = 236,57$$

$$PR = 244,5 - \alpha \cdot 236,57$$

$$UW = \frac{PR}{r} \Leftrightarrow 7.503,125 = \frac{244,5 - \alpha \cdot 236,57}{0,02} \Leftrightarrow \alpha = 0,3992.$$

- b) Ein Investor verfolgt als Zielsetzung Endvermögensmaximierung. Er hat im Zeitpunkt  $t = 0$  die Möglichkeit, ein Investitionsprojekt in mehreren Durchläufen in zwei unterschiedlichen Laufzeitvarianten ( $T_A$ ,  $T_B$ ) durchzuführen. Für die jeweils möglichen Laufzeitvarianten des Investitionsprojektes hat er für den Fall der jeweils einmaligen Durchführung auf Basis des für ihn relevanten Kalkulationszinssatzes in Höhe von  $r$  im Fall 1 die Kapitalwerte ( $K_A$ ,  $K_B$ ) und im Fall 2 die projektindividuellen äquivalenten Annuitäten ( $e^*_A$ ,  $e^*_B$ ) gemäß nachfolgender Tabelle ermittelt. (8 P.)

Fälle	Investitions- kette	$T_A$ $K_A$	$T_B$ $K_B$	$r$	Lösung
Fall 1	(4;4;4;5;5)	4 77,03	5 85,64	0,02	342,63

Fälle	Investitions- kette	$T_A$ $e^*_A$	$T_B$ $e^*_B$	$r$	Lösung
Fall 2	(4;4;4;5;5)	4 10,57	5 9,32	0,06	122,71

Berechnen Sie für die beiden jeweils vorgegebenen Datenkonstellationen den Kapitalwert KK der betrachteten Investitionskette und tragen Sie das Ergebnis (gerundet auf zwei Nachkommastellen) in das Lösungsfeld obiger Tabelle ein! Machen Sie Ihren Rechenansatz deutlich!

**Lösung:**

Fall 1:

Für den zugehörigen Kapitalwert ergibt sich:

$$KK(4;4;4;5;5) = KK(4;4;4) + 1,02^{-12} \cdot K(5) + 1,02^{-17} \cdot K(5)$$

$$= K(4) \cdot (1 - 1,02^{-12}) / (1 - 1,02^{-4}) + (1,02^{-12} + 1,02^{-17}) \cdot K(5)$$

$$= 77,03 \cdot 2,7773 + 85,64 \cdot 1,5027 = 342,63.$$

**Lösung: (Fortsetzung)**

Fall 2:

Für den zugehörigen Kapitalwert ergibt sich:

$$KK(4;4;4;5;5) = e^*(4) \cdot RBF(12 \text{ J.}; 6 \%) + e^*(5) \cdot RBF(10 \text{ J.}; 6 \%) \cdot 1,06^{-12}$$

$$= 10,57 \cdot 8,3838 + 9,32 \cdot 7,3601 \cdot 0,4970 = 122,71.$$