

---

---

## Modul 32521: Finanz- und bankwirtschaftliche Modelle (Kurs 42000)

### Lösungshinweise zur Einsendearbeit Nr. 2 im WS 2018/2019

---

---

#### Nutzungsdauerprobleme und Investitionsketten

50 Punkte

Eine Maschine mit einer Maximallaufzeit von  $T = 5$  Jahren kann bei fünfjähriger Nutzung durch folgende Projektzahlungsreihe abgebildet werden:

(-100; 30; 26; 24; 22; 20).

Die Maschine ist nach 5 Jahren wertlos, wird linear abgeschrieben und kann frühestens nach 2 Jahren an jedem Jahresende zum jeweiligen Restbuchwert veräußert werden. Der Kalkulationszinssatz beträgt durchgängig 5 % p. a.

- a) Geben Sie zunächst die Zahlungsreihen aller dem Investor offenstehenden Handlungsalternativen (Laufzeitvarianten) an! (8 P.)

**Lösungshinweis:**

Der Investor hat die Wahl zwischen den vier einander ausschließenden Alternativen, das Projekt in zwei-, drei-, vier- oder fünfjähriger Variante durchzuführen. Damit sind folgende Zahlungsreihen verbunden.

	0	1	2	3	4	5
(2)	-100	30	86	-	-	-
(3)	-100	30	26	64	-	-
(4)	-100	30	26	24	42	-
(5)	-100	30	26	24	22	20

- b) Bestimmen Sie mit möglichst wenigen expliziten Kapitalwertberechnungen die Nutzungsdauer, die bei einmaligem Maschinenkauf und -einsatz zum maximal erreichbaren Kapitalwert führt! (10 P.)

**Lösungshinweis:**

Bilden wir die Differenzen zwischen den jeweils in ihrer Laufzeit „benachbarten“ Varianten, indem wir jeweils die längere Zahlungsreihe von der kürzeren abziehen, so erhalten wir folgende Ergebnisse:

	2	3	4	5
(5 ./ 4)			20	-20
(4 ./ 3)		40	-42	
(3 ./ 2)	60	-64		

Von  $\Delta[(T-1) \leftarrow T]$  ausgehend ergeben sich für die relevanten Differenzwerte:

$$\Delta(4 \leftarrow 5) = 20 \cdot 1,05 - 20 = 1 > 0$$

$$\Delta(3 \leftarrow 4) = 40 \cdot 1,05 - 42 = 0$$

$$\Delta(2 \leftarrow 3) = 60 \cdot 1,05 - 64 = -1 < 0.$$

Da  $\Delta(4 \leftarrow 5)$  positiv ist, gilt  $K(4) > K(5)$ . Da  $\Delta(3 \leftarrow 4)$  einen Wert von Null aufweist, gilt  $K(3) = K(4)$ . Da  $\Delta(2 \leftarrow 3)$  negativ ist, gilt  $K(3) > K(2)$ . Für den Investor ist es also optimal, eine Laufzeit von drei Jahren oder eine Laufzeit von vier Jahren zu realisieren, sofern  $K(t^*=3) = K(t^*=4)$  einen positiven Wert aufweist. Da gilt:  $K(t^*=3) = K(t^*=4) = 7,4398 > 0$ , sollte die Maschine entweder nach einer dreijährigen oder nach einer vierjährigen Nutzungszeit veräußert werden.

- c) Nehmen Sie nun an, die in  $t = 2, 3, 4$  und  $5$  erzielbaren Resterlöse würden folgende Werte aufweisen: 55, 40, 25 bzw. 15. Bestimmen Sie erneut mit möglichst wenigen expliziten Kapitalwertberechnungen die Nutzungsdauer, die bei einmaligem Maschinenkauf und -einsatz zum maximal erreichbaren Kapitalwert führt! (10 P.)

**Lösungshinweis:**

Der Investor hat weiterhin die Wahl zwischen den vier einander ausschließenden Alternativen, das Projekt in zwei-, drei-, vier- oder fünfjähriger Variante durchzuführen. Unter Berücksichtigung der vorgegebenen Liquidationswerte ergeben sich nun folgende Zahlungsreihen bzw. Differenzzahlungsreihen:

	0	1	2	3	4	5
(2)	-100	30	81	-	-	-
(3)	-100	30	26	64	-	-
(4)	-100	30	26	24	47	-
(5)	-100	30	26	24	22	35

	2	3	4	5
(5 ./ 4)			25	-35
(4 ./ 3)		40	-47	
(3 ./ 2)	55	-64		

Von  $\Delta[(T-1) \leftarrow T]$  ausgehend ergeben sich für die relevanten Differenzwerte:

$$\Delta(4 \leftarrow 5) = 25 \cdot 1,05 - 35 = -8,75 < 0$$

$$\Delta(3 \leftarrow 4) = 40 \cdot 1,05 - 47 = -5 < 0$$

$$\Delta(2 \leftarrow 3) = 55 \cdot 1,05 - 64 = -6,25 < 0.$$

Da alle  $\Delta$ -Werte negative Werte aufweisen, ist es für den Investor optimal, eine Laufzeit von genau fünf Jahren zu realisieren, sofern  $K(t^*=5)$  einen positiven Wert aufweist. Da gilt:  $K(t^*=5) = 18,4092 > 0$ , sollte die Maschine bis zum Ende der Nutzungsdauer genutzt und anschließend liquidiert werden.

- d) Gehen Sie im Folgenden von der für die Teilaufgaben a) und b) relevanten Ausgangssituation aus und unterstellen Sie, der Investor habe die Möglichkeit, das Projekt in der vierjährigen Variante als dreifache Kette oder in dreijährigen Variante als vierfache Kette zu realisieren. Für welche Kette sollte sich der Investor entscheiden, wenn er einen maximal hohen Kapitalwert erzielen will? Berechnen Sie die Höhe des maximal erreichbaren Kapitalwertes! (10 P.)

**Lösungshinweis:**

Da beide Investitionsketten mit 12 Jahren die gleiche Gesamtlaufzeit aufweisen, führt diejenige Kette zum höchsten Gesamtkapitalwert bzw. zu dem höchsten Endvermögenszuwachs, deren Einzelprojekt den höchsten Wert für die projektindividuelle Annuität aufweist. Da  $K(3) = K(4) > 0$  gilt, folgt wegen  $ANF(3 \text{ J.}; 5\%) > ANF(4 \text{ J.}; 5\%)$  zwingend:

$$e^*(3) > e^*(4) > 0.$$

Der Investor sollte unter der Zielsetzung Endvermögensmaximierung folglich das Projekt als vierfache Kette in der dreijährigen Variante durchführen. Der maximal erzielbare (Gesamt-) Kapitalwert beträgt unter den für Teilaufgabe d) relevanten Rahmenbedingungen gemäß Formel (8.1):

$$KK(3) = 24,2140.$$

- e) Ist die in Teilaufgabe e) ermittelte Lösung bei einer vorgegebenen Gesamtlaufzeit der Investitionskette von exakt 12 Jahren bereits das „Optimum Optimorum“? Begründen Sie Ihre Antwort! (12 P.)

**Lösungshinweis:**

Für die Kapitalwerte und projektindividuellen Annuitäten bei einmaliger Durchführung ergeben sich in Abhängigkeit von der Nutzungsdauer:

$$K(2) = 6,5760$$

$$K(3) = 7,4398$$

$$K(4) = 7,4398$$

$$e^*(2) = 3,5366$$

$$e^*(3) = 2,7832$$

$$e^*(4) = 2,0980.$$

Da gilt:  $e^*(2) > e^*(3) > e^*(4) > 0$ , folgt sofort, dass das maximale Endvermögen bzw. gleichbedeutend der maximale Kapitalwert von 31,3458 durch die sechsfache Kette in der zweijährigen Variante erzielt wird.