

---

---

## Modul 32521: Finanz- und bankwirtschaftliche Modelle (Kurs 42000)

### Lösungshinweise zur Einsendearbeit Nr. 2 im SS 2019

---

---

#### Aufgabe 1

30 Punkte

Eine Maschine mit einer Maximallaufzeit von  $T = 4$  Jahren kann bei vierjähriger Nutzung durch folgende Projektzahlungsreihe abgebildet werden:

(-100; 30; 28; 25; 25).

Die Maschine ist nach 4 Jahren wertlos, wird linear abgeschrieben und kann an jedem Jahresende zum jeweiligen Restbuchwert veräußert werden. Der Kalkulationszinssatz beträgt durchgängig 3 % p. a.

- a) Bestimmen Sie mit möglichst wenigen expliziten Kapitalwertberechnungen die Nutzungsdauer, die bei einmaligem Maschinenkauf und -einsatz zum maximal erreichbaren Kapitalwert führt! (10 P.)

#### Lösungshinweis:

Der Investor hat die Wahl zwischen den vier einander ausschließenden Alternativen, das Projekt in ein-, zwei-, drei- oder vierjähriger Variante durchzuführen. Damit sind folgende Zahlungsreihen verbunden.

	0	1	2	3	4
(1)	-100	105	-	-	-
(2)	-100	30	78	-	-
(3)	-100	30	28	50	-
(4)	-100	30	28	25	25

Bilden wir die Differenzen zwischen den jeweils in ihrer Laufzeit „benachbarten“ Varianten, indem wir jeweils die längere Zahlungsreihe von der kürzeren abziehen, so erhalten wir folgende Ergebnisse:

	1	2	3	4
(4 ./ 3)			-25	+25
(3 ./ 2)		-50	+50	
(2 ./ 1)	-75	+78		

Eine drei- oder vierjährige Projektlaufzeit kann von vornherein ausgeschlossen werden, da die Nominalwerte der beiden zugehörigen Differenzzahlungsreihen nicht positiv sind, der Kapitalwert des Investitionsprojektes folglich (ausgehend von einer Projektlaufzeit von zwei Jahren) für jeden positiven Kalkulationszinssatz bei Verlängerung der Projektlaufzeit von zwei auf drei bzw. von drei auf vier Jahre sinkt.

Zu prüfen ist folglich nur, ob der Kapitalwert der Differenzzahlungsreihe (2 ./ 1) beim Zinssatz von 3 % p. a. positiv oder negativ ist. Da sowohl der Kapitalwert dieser Differenzzahlungsreihe als auch der Kapitalwert der zweijährigen Variante positiv sind, führt die zweijährige Projektlaufzeit zum maximal erreichbaren Kapitalwert und das Investitionsprojekt sollte in der zweijährigen Variante durchgeführt werden.

- b) Unterstellen Sie, der Investor habe die Möglichkeit, das Projekt in der einjährigen Variante als achtfache Kette oder in zweijährigen Variante als vierfache Kette oder in der vierjährigen Variante als zweifache Kette zu realisieren. Für welche Kette sollte sich der Investor entscheiden, wenn er einen maximal hohen Kapitalwert erzielen will? Berechnen Sie die Höhe des maximal erreichbaren Kapitalwertes! (10 P.)

**Lösungshinweis:**

Da alle Investitionsketten mit 8 Jahren die gleiche Gesamtlaufzeit aufweisen, führt diejenige Kette zum höchsten Gesamtkapitalwert bzw. zu dem höchsten Endvermögenszuwachs, deren Einzelprojekt den höchsten Wert für die projektindividuelle Annuität aufweist. Da  $e^*(1) = 2 > e^*(2) = 1,3842 > e^*(4) = 0,1640$  gilt, sollte der Investor unter der Zielsetzung Endvermögensmaximierung folglich das Projekt als achtfache Kette in der einjährigen Variante durchführen. Der maximal erzielbare (Gesamt-) Kapitalwert beträgt unter den für Teilaufgabe b) relevanten Rahmenbedingungen gemäß Formel (2.01):

$$KK^{(8)} = 14,04.$$

- c) Ist die in Teilaufgabe b) ermittelte Lösung bei einer vorgegebenen Gesamtlaufzeit der Investitionskette von exakt 8 Jahren bereits das „Optimum Optimorum“? Begründen Sie Ihre Antwort! (10 P.)

**Lösungshinweis:**

Für die projektindividuellen Annuitäten bei einmaliger Durchführung ergeben sich in Abhängigkeit von der Nutzungsdauer:

$$e^*(1) = 2,0000$$

$$e^*(2) = 1,3842$$

$$e^*(4) = 0,1640 .$$

Da gilt:  $e^*(1) > e^*(2) > e^*(4) > 0$ , folgt sofort, dass das maximale Endvermögen bzw. gleichbedeutend der maximale Kapitalwert von 14,04 durch die achtfache Kette in der einjährigen Variante erzielt wird.

## Aufgabe 2:

20 Punkte

Ein Investitionsprojekt mit einmaliger Anschaffungsauszahlung in  $t = 0$  in Höhe von  $A$  und maximaler Projektlaufzeit  $T$  kann im Fall der Anschaffung an jedem Jahresende während der Investitionslaufzeit zum Restbuchwert gemäß linearer Abschreibung veräußert werden. Bekannt ist, dass der Einzahlungsüberschuss in  $t = 1$  bei Investitionsdurchführung einen Wert von  $X$  aufweist und für Folgezeitpunkte bis zur Liquidation gilt:  $e_t = e_{t-1} - Y$ , der Einzahlungsüberschuss also in jeder Periode um einen konstanten Betrag  $Y$  sinkt. Der Kalkulationszinssatz beträgt  $r = Z \% \text{ p. a.}$  Auf Basis konkreter Vorgaben für  $A, T, X, Y$  und  $Z$  wurde für das Investitionsprojekt ein optimaler Liquidationszeitpunkt und damit eine optimale Laufzeit  $t^*$  ermittelt, für die gilt:  $1 < t^* < T$ .

Nachfolgend finden Sie jeweils Informationen zu konkret vorgegebenen Änderungen der Ausgangsparameter. Geben Sie unter Berücksichtigung der jeweils vorliegenden Informationen an, ob Sie folgende Aussage

- für eindeutig richtig halten (R),
- für eindeutig falsch halten (F) oder
- nicht eindeutig als richtig oder falsch beurteilen können, da Ihnen beurteilungsrelevante Angaben fehlen (!)?

Begründen Sie jeweils Ihre Einschätzung!

### Aussage 1:

Die Erhöhung der Anschaffungsauszahlung  $A$  bei gleichzeitiger Verkürzung der Projektlaufzeit  $T$  führt von der Tendenz her c. p. zu einem späteren Liquidationszeitpunkt.

### Aussage 2:

Die Erhöhung der Anschaffungsauszahlung  $A$  bei gleichzeitiger Verminderung des ersten Einzahlungsüberschusses  $X$  führt von der Tendenz her c. p. zu einem späteren Liquidationszeitpunkt.

### Aussage 3:

Die Erhöhung der Anschaffungsauszahlung  $A$  bei gleichzeitiger Erhöhung der Projektlaufzeit  $T$  führt von der Tendenz her c. p. zu einem späteren Liquidationszeitpunkt.

#### Aussage 4:

Die Verminderung der Anschaffungsauszahlung  $A$  bei gleichzeitiger Verminderung des Kalkulationszinssatzes  $Z$  führt von der Tendenz her c. p. zu einem späteren Liquidationszeitpunkt.

#### Lösungshinweis:

Ausgehend von einem beliebigen Zeitpunkt  $t'$  ( $t' < T$ ) ist die Verlängerung der Laufzeit um ein Jahr vorteilhaft (führt zu einer Erhöhung des Kapitalwertes), wenn der zusätzliche Vorteil (also der zusätzliche Einzahlungsüberschuss im Zeitpunkt  $t' + 1$  zuzüglich des Liquidationserlöses in  $t' + 1$ ) größer als der mit der Verlängerung verbundene Nachteil (also der auf den Zeitpunkt  $t' + 1$  aufgezinste Liquidationserlös des Zeitpunktes  $t'$ ) ist.

Der optimale Liquidationszeitpunkt ist also (bei Vernachlässigung der Unterlassensalternative) durch den Zeitpunkt  $t = t^*$  bestimmt, für den erstmalig gilt:

$$\left(A - \frac{A}{T} \cdot t^*\right) \cdot \left(1 + \frac{Z}{100}\right) > \left(A - \frac{A}{T} \cdot (t^* + 1)\right) + X - Y \cdot t^*$$
, für den also der um eine Periode aufgezinste Liquidationserlös des Zeitpunktes  $t^*$  erstmalig größer wird als der im Falle des Verzichtes auf die Liquidation im Zeitpunkt  $t^*$  zusätzlich realisierbare Gesamteinzahlung, also  $L_{t^*+1} + e_{t^*+1}$ . Eine einfache Umformung führt zu:

$$\left(A - \frac{A}{T} \cdot t^*\right) \cdot \frac{Z}{100} + \frac{A}{T} > X - Y \cdot t^*$$

Zu überprüfen ist also, ob die angegebenen Parameteränderungen zu Wertänderungen auf nur einer oder auf beiden Seiten der letzten Ungleichung führen und ob diese Wertänderung eindeutig mit Werterhöhungen oder eindeutig mit Wertminderungen auf der/den betrachteten Seite(n) der Ungleichung führen. Steigt (sinkt) z. B. der Wert der linken Seite der Ungleichung, dann wird bei konstantem Wert der rechten Seite der Ungleichung tendenziell eine frühere (spätere) Liquidierung des Investitionsprojektes vorteilhaft.

- A1: Eine Erhöhung von  $A$  bei gleichzeitiger Verminderung von  $T$  führt c. p. zu einer Erhöhung des links vom Relationszeichen stehenden Ausdrucks und damit tendenziell zu einem niedrigeren  $t^*$ . Die Aussage 1 ist also falsch.
- A2: Eine Erhöhung von  $A$  bei gleichzeitiger Verminderung von  $X$  führt c. p. einerseits zu einer Erhöhung des links vom Relationszeichen stehenden Ausdrucks und andererseits zu einer Verminderung des rechts vom Relationszeichen stehenden Ausdrucks und damit tendenziell zu einem niedrigeren  $t^*$ . Die Aussage 2 ist also falsch.
- A3: Eine Erhöhung von  $A$  bei gleichzeitiger Erhöhung von  $T$  führt c. p. zu keiner eindeutigen Erhöhung oder Verminderung des links vom Relationszeichen stehenden Ausdrucks. Ob  $t^*$  sich vermindert oder erhöht hängt nicht nur von den konkreten Wertänderungen der betrachteten Parameter  $A$  und  $T$  ab, sondern auch von den ebenfalls nicht bekannten Ausprägungen der anderen Parameter  $X$ ,  $Y$  und  $Z$ . Die Aussage 3 kann also nicht eindeutig als richtig oder falsch beurteilt werden.
- A4: Eine Verminderung von  $A$  bei gleichzeitiger Verminderung von  $Z$  führt c. p. zu einer Verminderung des links vom Relationszeichen stehenden Ausdrucks und damit tendenziell zu einem höheren  $t^*$ . Die Aussage 4 ist folglich richtig.