Name, Vorname	Matrikelnummer

Modulklausur 32681 – Zeitreihenanalyse und empirische Kapitalmarktforschung

Datum	
Punkte	
Note	

Termin: 18.03.2020, 09.00 - 11.00 Uhr
Prüfer: Univ.-Prof. Dr. H. Singer

Hinweise zur Bearbeitung der Modulklausur 32681

1. Füllen Sie zunächst den **Kopf des Deckblatts** aus!

2. Es können insgesamt 100 Punkte erreicht werden. Bei Erreichen von 50 Punkten ist die Klausur bestanden. **Bitte kontrollieren Sie sofort, ob Sie ein vollständiges Klausurexemplar erhalten haben**.

3. Die Verwendung eines Taschenrechners ist dann und nur dann erlaubt, wenn dieser einer der folgenden Modellreihen angehört:

   - Casio fx86 oder Casio fx87,
   - Texas Instruments TI 30 X II
   - Sharp EL 531

   Die Verwendung anderer Taschenrechnermodelle wird als Täuschungsversuch gewertet und mit der Note „nicht ausreichend" (5,0) sanktioniert.

   Ob ein Taschenrechner einer der drei Modellklassen angehört, können Sie selbst überprüfen, indem Sie die vom Hersteller auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung mit den oben angegebenen Bezeichnungen vergleichen: Bei **vollständiger** Übereinstimmung ist das Modell erlaubt. Ist die auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung umfangreicher, enthält aber eine der oben angegebenen Bezeichnungen **vollständig**, ist das Modell ebenfalls erlaubt. In allen anderen Fällen ist das Modell nicht erlaubt. Eventuelle Vorgänger- oder Nachfolgemodelle, die nicht in der oben aufgeführten Liste enthalten sind, sind ebenfalls nicht erlaubt.

4. Bitte benutzen Sie für Ihre Rechnungen nur die beigefügten Lösungsbögen.

5. Wenn Sie die einzelnen Blätter der Klausur voneinander trennen, **vermerken Sie auf jedem Blatt Ihre Matrikelnummer**. Legen Sie bitte am Ende der Klausur die Blätter wieder zusammen.

6. Vergessen Sie nicht, die Klausur auf der letzten bearbeiteten Seite zu **unterschreiben**.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

Klausuraufgaben

Aufgabe 1 (40 Punkte)

Gegeben sei das folgende ARIMA-Modell

$$(1-\phi B)\nabla^2 y_t = (1+\theta B)\epsilon_t$$

wobei $\phi_1 = \phi_2 = ... = \phi_p = \phi, \quad \theta_1 = \theta_2 = ... = \theta_q = \theta$ und $\epsilon_t \sim N(0,1)$ *iid.*

a) Geben Sie die Ordnungen p, d und q des Modells an. (2 P)

b) Lösen Sie die Operatoren auf und schreiben Sie den Prozess y_t als Funktion vergangener Werte und Störterme. (6 P)

c) Geben Sie den bedingten Erwartungswert $\mathbb{E}[y_t|Y^{\{t-1\}}]$, wobei $Y^{\{t-1\}} = \{y_{t-1}, y_{t-2}, ...\}$, für gegebene Werte der Koeffizienten $\phi = 0.2$ und $\theta = 0.3$ an. (4 P)

d) Schreiben Sie das System aus Teilaufgabe b) als Zustandsraummodell und geben Sie die entsprechenden Matrizen an. (7 P)

e) Sie haben ein Workfile mit Daten in EViews erstellt. In diesem Workfile möchten Sie das Modell aus Aufgabenteil d) implementieren. Formulieren Sie den EViews-Code im StateSpace-Objekt. (9 P)

f) Folgende Informationen sind gegeben:

$$\mu_{1|1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}, \; \Sigma_{1|1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \; \Omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad z_2 = 2.$$

i. Berechnen Sie die Ein-Schritt-Prognose und die Veränderung des Schätzfehlers in $t = 1$.

ii. Berechnen Sie den Prognose-Fehler (Innovation) in $t = 2$.

iii. Berechnen Sie $\mu_{2|2}$ und $\Sigma_{2|2}$ in $t = 2$. (12 P)

Aufgabe 2 (20 Punkte)

ARMA-GARCH-Modelle

a) Geben Sie die Gleichung eines ARMA(2,1)-GARCH(1,2)-Modells explizit an. (4 P)

b) Unter welchen Bedingungen ist der Prozess stationär? (4 P)

c) Geben Sie die logarithmierte Likelihoodfunktion für das ARMA(2,1)-GARCH(1,2)-Modell explizit an. (6 P)

d) Beschreiben Sie das *Akaike*- Informationskriterium und das *Bayes*- Informationskriterium für die Identifikation und Selektion einer geeigneten Modellvariante für GARCH-Modelle oder Mischformen. (6 P)

Aufgabe 3 **(16 Punkte)**

Gegeben ist das Regressionsmodell

$$y_t = x_t'\beta + u_t$$

mit ARMA(p, q)-Fehler, d.h.

$$\phi(B)u_t = \theta(B)\epsilon_t,$$

wobei $\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ *iid.*

a) Nehmen Sie ARMA(2,1)-Fehler an. Geben Sie die ARMAX-Darstellung durch Transformation des obigen Modells an. (8 P)

b) Beschreiben Sie die Maximum-Likelihood-Methode für die Schätzung unbekannter Parameter in ARMA-Modellen. (8 P)

Aufgabe 4 (24 Punkte)

Nehmen Sie kurz Stellung zu folgenden Aussagen (richtig / falsch) und begründen Sie:

a) Der Kalman-Filter liefert immer optimale Schätzungen, auch bei nicht normalverteilten Fehlertermen. (6 P)

b) Ist der AR(1)-Prozess $y_t = \phi y_{t-1} + \epsilon_t$ stationär, so ist auch der Prozess $y_t = \phi y_{t-1} + \phi y_{t-2} + \epsilon_t$ stationär. (6 P)

c) Im zeitlichen Verlauf der Autokovarianz unterscheiden sich AR- und MA-Prozesse nicht. (6 P)

d) Heteroskedastizität bedeutet, dass die Varianz der Störterme innerhalb der Zeitreihendaten konstant bleibt. (6 P)