Gedächtnisprotokoll zur mündlichen Prüfung 01840 »Algorithmische Geometrie«

Prüfer: Herr Prof. Dr. Icking
Beisitzerin: Frau Dr.Ma
Datum: 19.02.2016
Dauer: ca. 30 Min.

Kunstgalerie-Problem

- Beschreiben Sie das Kunstgalerie-Problem! (Polygon aufgezeichnet und Problem erläutert)
- Wann sind $\lfloor n/3 \rfloor$ Wächter nötig ? (»Toblerone-Polygon«)
- Reichen $\lfloor n/3 \rfloor$ Wächter immer aus? (Polygon wird zunächst trianguliert, dann kann mittels 3-Färbung gezeigt werden, dass diese Anzahl Wächter ausreicht; 3-Färbung an Polygon erläutert)
- Warum ist 3-Färbung immer möglich? (Beweis durch Induktion; dabei wird ausgenutzt, das Triangulation bzw. der dazu duale Graph einen Baum bilden)

Voronoi-Diagramme

- Zeichnen Sie zu diesen vier Punkten das Voronoi-Diagramm (Erläutert, was der Bisektor und die Voronoi-Region ist, dann Voronoi-Diagramm konstruiert)
- Welche Eigenschaften haben Voronoi-Regionen? (konvex; unbeschränkt gdw. sie zur konvexen Hülle gehören)
- Wie zeigt man, dass Punkte genau dann unbeschränkte Voronoi-Regionen haben, wenn sie auf der konvexen Hülle liegen? (Strahl, der vom Punkt aus ins Unendliche geht und größer werdender Kreis aufgezeichnet und erläutert)

Berechnung des Voronoi-Diagramms

- Welche Verfahren gibt es zur Berechnung von Voronoi-Diagrammen? (Divide and Conquer, Sweep, inkrementelle Konstruktion und geometrische Transformation)
- Können Sie eines näher erläutern? (Mit Erklärung der geometrischen Transformation begonnen, dabei erläutert, dass damit die Delaunay-Triangulation berechnet wird, aus der wiederum das Voronoi-Diagramm berechnet werden kann)
- Zwischenfrage: Was ist die Delaunay-Triangulation? (In das bereits aufgezeichnete Voronoi-Diagramm eingezeichnet und erläutert, dass die Umkreismittelpunkte der Delaunay-Dreiecke den Voronoi-Knoten entsprechen)
- Fahren Sie mit der geometrischen Transformation fort! (Transformation von 2D nach 3D auf Paraboloid erläutert; Hauptarbeit des Algorithmus wird bei der Berechnung der konvexen Hülle in 3D gemacht)
- Wir können den Algorithmus für die Berechnung der konvexen Hülle als gegeben voraussetzen, welche Zeit benötigt dieser? (Zeit O (n log n))
- Fahren Sie mit der geometrischen Transformation fort! (Weiter erläutert, dass die konvexe Hülle von »unten« betrachtet dann der Delaunay-

Triangulation entspricht; Zusammenhang zwischen Umkreiseigenschaft und Dreieck der konvexen Hülle)

Voronoi-Diagramm von Liniensegmenten

- Zeichnen Sie das Voronoi-Diagramm zu diesen beiden Liniensegmenten! (Abstandsbegriff erklärt, erläutert, das der Bisektor aus mehreren Teilstücken besteht; wenn er sich in keinem/einem/beiden »Streifen« der Liniensegmente befindet, stellt er lokal eine Gerade/Parabel/-Winkelhalbierende dar; Bisektor dann grob hingezeichnet)
- Aus wievielen Teilstücken kann der Bisektor besehen (Aus bis zu 7 Teilstücken)

Allgemein

- Prof. Icking und Frau Dr. Ma sind sehr freundlich und als Prüfer sehr zu empfehlen.
- Ich hatte mich zur Vorbereitung an dem von Prof. Icking in der Newsgroup gepostetem Fragenkatalog orientiert. Ich hatte leider gerade den Studientag zum Kurs verpasst, aber Frau Dr. Ma konnte mir freundlicherweise per Skype-Telefongespräch bei der Vorbereitung helfen.
- Ihr solltet als Vorbereitung unbedingt üben, zu den einzelnen Problemstellungen Skizzen zu erstellen!

Viel Glück!

Gedächtnisprotokoll zur mündlichen Prüfung 01840 "Algorithmische Geometrie"

Prüfer: Herr Prof. Dr. Icking
Beisitzerin: Frau Dr. Ma
Datum: 11.12.2015
Dauer: ca. 30-35 Min.

Liniensegmentkreuzungen

- Problem beschrieben
- Verfahren erklärt
- Laufzeit erklärt
- Skizzierung eines Beispiels, bei dem ein Schnittpunkt mehrfach entdeckt wird
- Hat mehrfache Entdeckung des Schnittpunkts eine Auswirkung auf die Laufzeit? - Nein

Konvexe Hülle

- Problem beschrieben
- Untere Schranke angegeben (Beweisbar durch Reduktion des Sortierproblems)
  Beweis brauchte hier (ausnahmsweise?!) nicht erklärt zu werden
- Verfahren erklärt -> Konturpolygonverfahren ausgewählt
- Konturpolygonverfahren skizziert und beide Phasen schrittweise anhand der Skizze erklärt
- Laufzeit beider Phasen und Gesamtlaufzeit erklärt

Zusammenhang konvexe Hülle und Voronoi-Diagramm

- Ermittlung der konvexen Hülle über Voronoi-Diagramm in O(n) möglich
- Voronoi-Diagramm für eine Punktmenge aufgezeichnet (Punktmenge konnte selbst gewählt werden)
- Beweis bzgl. des Zusammenhangs von konvexer Hülle und Voronoi-Diagramm erklärt und anhand einer Skizze schrittweise beschrieben
- Delaunay-Triangulation in Voronoi-Diagramm eingezeichnet

Konstruktion des Voronoi-Diagramms

- Inkrementelle Konstruktion gewählt
- Verfahren schrittweise anhand einer Skizze erklärt
- Neuer Punkt kann innerhalb oder außerhalb der konvexen Hülle liegen
- Konfliktdreiecke anhand von Umkreiseigenschaft von Delaunay-Dreiecken erklärt
- Edge flips und Zusammenhang zu Konfliktdreiecken erklärt
- Delaunay-DAG kurz erwähnt (ohne Beschreibung)
- Umwandlung von Delaunay-Triangulation in Voronoi-Diagramm in O(n) möglich (QEDS kurz erwähnt)
- Kreismittelpunkt von Delaunay-Dreiecken definieren Voronoi-Knoten (kein Punkt darf im Inneren des Kreises liegen)
- Kreismittelpunkt von zwei Punkten auf dem Rand definieren Voronoi-Kanten (kein Punkt darf im Inneren des Kreises liegen)

Erinnerungsprotokoll

Mündliche Prüfung Kurs 01840 „Algorithmische Geometrie“
30 Minuten, 12.06.2015, Prof. Icking

Prof. Icking begann damit, ausführlich einzuführen. Er wird ein Thema (ein Problem) in den Raum werfen und ich soll dann kurz das Problem beschreiben, einen Algorithmus zur Lösung nennen und die Laufzeit erklären. Er meinte, ich solle das so erklären, damit jemand, der es noch nicht kennt, es auch versteht. Es gab dabei immer wieder Einwürfe und Zwischenfragen. Mir schien, dass Prof. Icking so sicherstellen wollte, dass ich auch nichts vergesse. Außerdem hat er betont, auf Zeichnungen Wert zu legen.

Thema 1: Liniensegmentkreuzungen (circa 13 Minuten)

- Problem beschreiben und eine Zeichnung gemacht.
- Gibt es eine Kreuzung? Wieviele und welche Kreuzungen gibt es?
- Naiver Algorithmus: Vergleiche jedes Segment mit jedem anderen. Laufzeit ist $O(n^2)$
- Zwischenfrage von mir: Heißt es eigentlich Groß-O oder Groß-Omikorn? – Es heißt Groß-O.
- Zwischenfrage von ihm: Was ist das eigentlich? – Laufzeitabschätzung für $n \to \infty$; Größenordnungseinordnung der Laufzeit.
- Sweep als Algorithmus erklärt. Dabei auch SSS und ES. Und ES ist hier eine dynamische Struktur.
- Drei Ereignisse (Anfang, Ende und Kreuzung). Dabei jeweils Einsortieren in die Strukturen und auf neue Kreuzungen untersuchen.
- Laufzeit ist $O\big((n+k)\log n\big)$. Warum k? – Weil Auch bei jeder Kreuzung das Einsortieren in die SSS und ES nötig ist. Auch das Kostet Zeit.
- Zwischenfrage: Welche Datenstruktur? – Binärbaum. Der erlaubt $O(\log n)$ fürs Suchen.
- Wie viele Kreuzungen sind möglich? Ist dann die Laufzeit nicht schlechter als im naiven Algorithmus?

Thema 2: Wächter in der Kunstgalerie (circa 10 Minuten)

- Beschrieben erst anschaulich (Raum, Wächter, aus wirtschaftlicher Sicht wenige Wächter, …)
- Danach abstrakt (Polygon, Beliebig lange Sichtweite, …)
- Einfach: konvexes Polygon
- Immer noch recht einfach: Sternförmiges Polygon. Kern erklärt, Zeichnung gemacht und Kern markiert. Konvexes Polygon ist nur ein Sonderfall des sternförmigen Polygons.
- Allgemein werden $\left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor$ Wächter benötigt.
- Höchstens so viele durch Algorithmus gezeigt, manchmal genauso viele durch Toblerone Polygon gezeigt.
- Algorithmus: 1) Triangulieren
- Zwischenfrage: Was ist eine Diagonale?
- Zwischenfrage: Warum dürfen sich bei der Triangulation Diagonalen nicht kreuzen?
- Algorithmus: 2) Einfärben der Ecken.
- Das braucht nur drei Farben, weil es nur Dreiecke sind. Das hat zur Konsequenz: Jede Farbe ist in jedem Dreieck vorhanden. Damit ist alles beobachtet.
- Wegen ⌊ ⌋: seltenste Farbe wählen.

Thema 3: kompetitiver Faktor (circa 7 Minuten)

- Formel aufgeschrieben und Teile der Formel erklärt.
- Warum wendet man das an? – NP-hart (zum Beispiel Salesman) oder unvollständige Information (zum Beispiel Bin-Packing)
- Was ist Bin-Packing?
- First Fit Algorithmus erklärt.
- Warum Faktor 2? – Anschaulich: Es kann maximal einen halbvollen Topf geben (wegen des Algorithmus). Damit sind die anderen mindestens halb voll: Ergibt Faktor 2.
- Im Kurstext steht, dass 1,7 stimmt, allerdings ohne Beweis.

Gut fand ich, dass recht konkrete Fragen gestellt wurden, auf die ich antworten konnte. Ist mir lieber als ein Vortrag. Das klang zwar nun von der Beschreibung mehr nach Vortrag, doch war es schon eine Sammlung von Stichworten, die mir gegeben wurde. Es scheint so, dass Prof. Icking eine bestimmte Reihenfolge der Antworten zum Thema fordert. Mit Stichpunkten wird man dann auf diesem Weg gehalten. Funktioniert soweit gut.

Die Frage nach Groß-O und Groß-Omikron kam von mir und es schien, er hat sich da auch noch keine Gedanken drüber gemacht. Ist schon komisch, dass hier zwei Schriften gemischt werden.

Ich hatte den Färbungsalgorithmus auf das Toblerone Polygon angewendet. Macht das lieber nicht. Geht zwar und ist richtig, lässt sich allerdings ganz doof zeichnen. Lieber ein nicht sternförmiges Polygon auswendig lernen und für die Zeichnung verwenden.

Prüfungsprotokoll Kurs 1840 – Algorithmische Geometrie

Studiengang: MSc. Informatik
Prüfer: Prof. Dr. Icking
Termin: Januar 2015

1. Konvexe Hülle
- Definition konvexe Hülle in R^2
- Beweis untere Schranke (Parabel, Sortierung, Konsequenz wenn es einen schnelleren Algorithmus gäbe)
- Algorithmus erläutert (ich habe mich für Grahams-Scan entschieden, der nicht im Kurs vorkommt)
- Obere Schranke erklärt
- Einige weitere Algorithmen genannt

2. Voronoi Diagramm (Prof. Icking zeichnete fünf Punkte auf ein Blatt)
- Zunächst formale Definition gegeben (Voronoi Region etc.)
- Gezeichnet, Voronoi Kante und Knoten erklärt
- Eigenschaft jedes Punktes in R^2 im Verhältnis zum Diagramm
- Zusammenhang konvexe Hülle der Punkte
- Form der Voronoi Regionen

3. Algorithmus zur Konstruktion des Voronoi Diagramms
- Ich habe mich für das Sweep-Verfahren entschieden
- Sweep Line und Beach-Line erläutert
- Idee skizziert
- Ereignisse und ihre Behandlung

4. Kompetitive Faktoren
- Gleichung
- Wann interessant (NP-Hart oder unvollständige Information)

Prof. Icking gab die Themen sehr offen vor und ich konnte zunächst alles erzählen, was mir dazu einfällt. Anschließend hat er gezielt nachgefragt und wenn nötig die Antwort auch erklärt. Die Prüfungsatmosphäre war sehr positiv, die Bewertung wohlwollend. Die Prüfungsfragen, welche in der Newsgroup vorgegeben werden, sollte man sich unbedingt ansehen!

Prüfungsprotokoll: 01840 Algorithmische Geometrie, Dr. Icking, 2010

- „Beginnen wir mit dem Problem des dichtesten Paares. Was können Sie dazu sagen?“ (Sweep in R^2 erklärt, Beispiel aufgezeichnet, Anfragebereich erklärt, Laufzeit)
  - ist O(n log n) eine gute Laufzeit für dieses Problem? (ja, Reduktion von ε-closeness erklärt, und dass sich daraus ergibt, dass „closest pair“ auch in Ω(n log n) liegt)
  - Laufzeitanteile im Detail erklären (inkl. Abschätzung für k_i<=10, die exakte Formel wurde dabei nicht verlangt; ich habe den Ansatz für k_i<=6 erwähnt (Kreisanordnung), dazu kamen keine Nachfragen)
  - Struktur der SSS, Einfügen und Entfernen daraus, Durchführung der Bereichsabfrage
- Sweep in R^3
  - Vergleich mit R^2
  - welche Datenstruktur für Bereichsabfrage? (3D-Bereichsbaum; habe erläutert, dass eine dynamische Datenstruktur hier keinen Sinn macht, da man kein besseres Laufzeitverhalten als mit dieser statischen Struktur erreicht)
  - welche Laufzeitanteile entstehen beim R^3-Sweep? (O(n(log n)^2) Vorbereitung für Bereichsbaum, O(n(log n)^3) für Sweep wegen O((log n)^3+k) für Bereichsabfrage, wobei k wie im R^2 durch eine Konstante beschränkt ist; der genaue Wert wurde nicht verlangt, nur die Begründung, dass es auch in höheren Dimensionen beschränkt ist)
  - warum nimmt man dann nicht auch im R^2 einen Bereichsbaum? (hätte ein schlechteres Laufzeitverhalten: O(n(log n)^2) > O(n log n))
- Kunstgallerieproblem
  - wie viele Wächter braucht man mindestens? (n/3 abgerundet)
    - wie beweist man die untere und die obere Schranke?
      - („Toblerone“-Polygon für untere Schranke aufgezeichnet und erklärt)
      - (Färbungsbeweis für obere Schranke erklärt)
        - wieso kann es nicht zu Konflikten bei der Farbzuteilung kommen? (dualer Graph der Triangulierung ist kreisfrei, daher inkrementelle Erweiterung möglich; um einen Konflikt „herbeizuführen“ müsste ein Kreis existieren)
        - welche Farbe nimmt man dann, und warum folgt daraus n/3 und dass das das ganze Polygon abdeckt? (wichtig: Farbwahl ist nicht beliebig!)
  - gibt es Polygone, in denen ein Wächter genügt? (ja, sternförmige bzw. Polygone mit Kern; habe Kern gleich mit erklärt und in einem Beispielpolygon gezeigt)
  - gibt es auch Polygone, bei denen die Platzierung des Wächters egal ist? (ja, konvexe P.)
- Kompetitiver Faktor
  - Was ist das, wann spielt das eine Rolle bzw. wann wendet man das an? (approximative Verfahren für NP-harte Probleme, Online-Probleme)
  - Was sind Online-Probleme? Womit vergleicht man sie? (Mit einem äquivalenten Offline-Problem)
  - Was vergleicht man dabei überhaupt? (z.B. Laufzeit, Speicherplatz, Weglänge, ...)
  - Wie lautet die genaue Formel für den kompetitiven Faktor? (gemeint war k(P) <= C * k_opt(P) + K)
- Suche nach einer Tür in der Wand
  - allgemein erklären lassen (naiver n^2-Ansatz, Suchtiefenverdopplung mit komp. Fakt. 9)
  - genauer Beweis für Faktor 9? (Worst-Case-Fall d=2^i+e im Diagramm erläutert, daraus Summenformel und Abschätzung durch 9d abgeleitet)

Konvexe Hülle, Voronoi und Delaunay wurden – zu meiner Überraschung – überhaupt nicht gefragt. Ich hatte mich bei zwei Details vertan, insofern war die Benotung mit 1,3 absolut in Ordnung. Die Prüfungsatmosphäre war locker und entspannt.

Algorithmische Geometrie 1840

Prüfer: Dr. Christian Icking
Beisitzerin: Dr. Lihong Ma
Datum: 07. September 2010
Ort: Hagen
Dauer: ca. 30 Minuten
Note: 1.0

1) Dichtestes Paar
    a. Laufzeitabschätzung
    b. Sortieren in O(n) durch…
    c. Wie geht's in der zweiten Dimension?
        i. Streifen
        ii. Laufzeit
        iii. Status Struktur
        iv. Wie wird wieder entfernt?
2) Wächterproblem
    a. Toblerone Polygon zeichnen
        i. Schranke erklären
    b. Wie viele Wächter sind in welchen Typen von Polygon mindestens notwendig
    c. Triangulation
        i. Dreifärbung und Schranke erklärt
3) Bisektor von Lieniensegmenten
    a. Anwendung beschreiben

Die Prüfung war sehr angenehm. Dr. Icking schafft eine angenehme Prüfungsatmosphäre und fragt bei Bedarf richtungsweisend nach.
Als Vorbereitung hilft unteranderem der Studientag. Diesen sollte man nicht ausfallen lassen.
Der Studientag wird genau wie der gesamte Kurs mit viel Engagement betreut.

Viel Glück

Algorithmische Geometrie 1840

Prüfer: PD Dr. Christian Icking
Beisitzerin: Dr. Lihong Ma

Datum: 12. Juni 2009

Erklären sie den Begriff "Untere Schranke"!

Kennen sie ein Problem, für das man eine untere Schranke beweisen kann?

- Beschreiben sie den Beweis!

Erklären sie allgemein das Prinzip der Reduktion!

Wenden sie dieses Prinzip auf das Problem der Konstruktion der konvexen Hülle einer Punktmenge in der Ebene an!

Beschreiben sie einen optimalen Algorithmus, der dieses Problem löst!

Was ist das Kunstgalerie-Problem?

- Wieviele Wächter braucht man mindestens und warum?
- Reicht diese Anzahl immer aus?
- Wie kann man das beweisen?

Was bedeutet der Begriff "kompetitiv"?

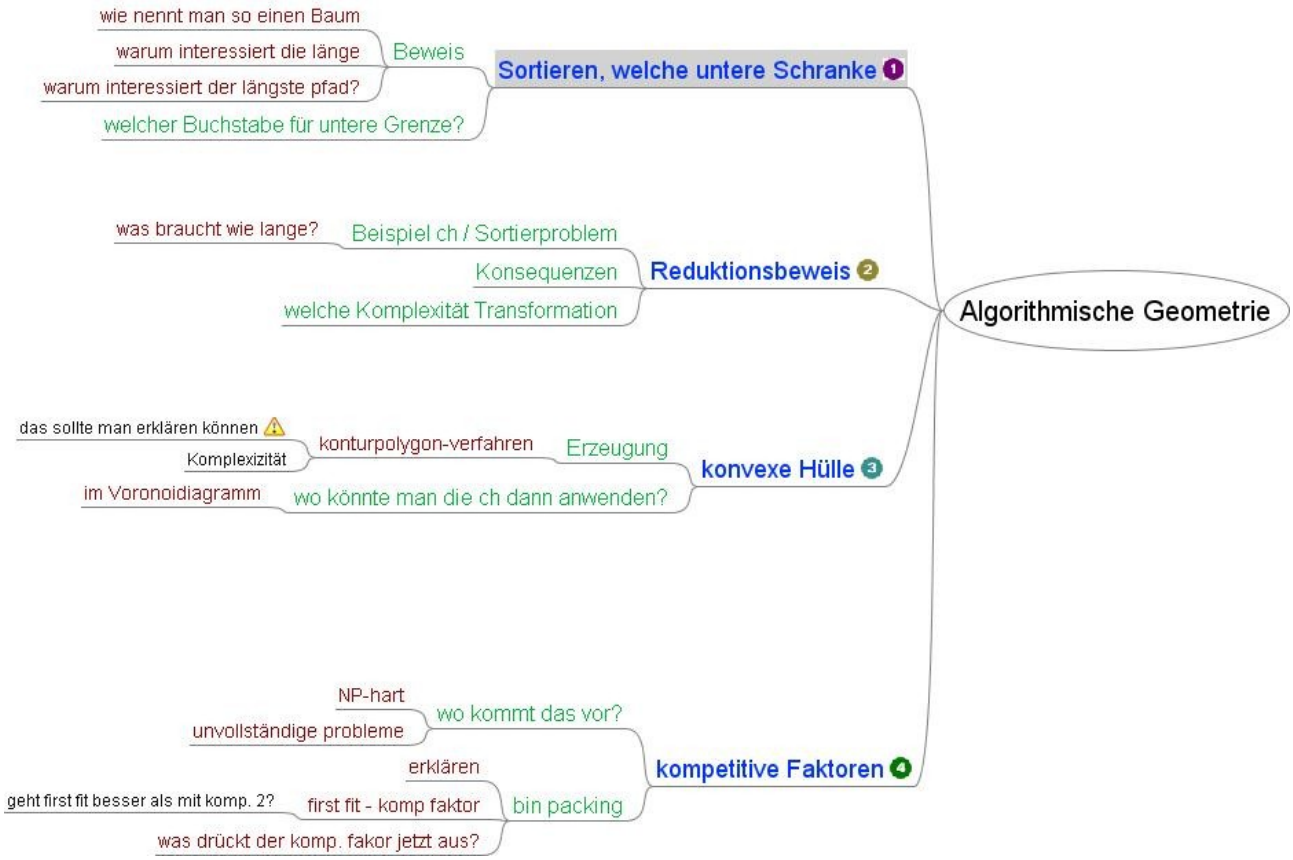
- Bei welchen Arten von Problemen sind kompetitive Strategien interessant?

Beschreiben sie eine solche Strategie für die Suche nach einer Tür in einer langen Wand!

- Wie groß ist der kompetitive Faktor und warum?
- Ist das optimal? (Ohne Beweis!)

Mindmap Prüfung 1840 – Algorithmische Geometrie

Prüfer: Dr. PD Christian Icking
Beisitzerin: Dr. Lihong Ma
Ort: München
Dauer: 25 Minuten
Note: 2,7



Ich kann mich den vorhergehenden Bewertungen des Prüfungsmodus anschliessen: Dr. Icking schafft eine gelassene Prüfungsatmosphäre und versteht es einem die Angst zu nehmen.
Wenn man ansteht, weist einen Dr. Icking in die Richtung wo es weitergeht. Wenn man eas nicht verstanden hat, erklärt es Dr. Icking nachher.
Es ist sehr empfehlenswert am Studientag teilzunehmen (ich konnte nicht,w eil ich nicht frei bekam, aber ich hatte meine Spitzer :)), da dort die prüfungsrelevanten Teile besprochen werden.

Hut ab, wieder ein Kurs mit Christian Icking und Lihong Ma, der seines gleichen sucht. Perfekte Betreuung und engagierte Lehre bieten die beiden, das vermisst man an der Fernuni sonst nur allzu oft.

Lieben Gruß und Viel Glück,
Gunther Hebein

Kurs: 1840 – Algorithmische Geometrie
Version: SoSe 2006
Datum: 03.07.2006
Prüfer: Dr. Icking
Beisitzerin: Dr. Lihong Ma
Ort: Hagen
Dauer: knapp 30 Minuten
Note: 1.0

Dr. Icking fragt nach unterer Schranke für Sortieren und wie man sie beweist.
- es geht um Sortieren durch Vergleichen und deterministische Algorithmen; Ausführung wie in Kurseinheit 1.2; der Algorithmus folgt in seinen Vergleichen einem Entscheidungsbaum mit einem Blatt für jeden Algorithmus-Endpunkt, dies sind bei n zu sortierenden Objekten wenigstens n! Blätter, weshalb der Baum eine Tiefe von log(n!) hat, dies ist größer oder gleich n * log n, und dies ist daher das Omega, die untere Schranke des Sortierens durch Vergleiche.
- zur Verallgemeinerung auf Sortieren im linearen Modell führe ich dieses ein, erkläre, warum die Menge möglicher Eingaben, die in einem einzelnen Blatt endet, konvex und damit zusammenhängend ist und daß daher in diesem Modell der Entscheidungsbaum eines Algorithmus für den Elementtest gegen eine Menge mit n Zusammenhangskomponenten mindestens n Blätter, also log n Tiefe hat; ich führe das epsilon-closeness-Problem ein und erläutere, daß dies einen Elementtest gegen n! Zusammenhangskomponenten darstellt und daher ebenfalls in Omega (n log n) ist, und da epsilon-closeness offensichtlich in linearer Zeit auf Sortieren reduziert werden kann (kurz noch Reduzieren erläutert), ergibt sich diese untere Schranke auch für Sortieren im linearen Modell.

Dr. Icking fragt nach closest pair.
- die untere Schranke ist auch wieder n log n, weil auf Sortieren reduzierbar
- ich erläutere zunächst den eindimensionalen Fall, daran das Sweep-Prinzip, ein k-dimensionales statisches auf eine k-1-dimensionales dynamisches Problem zurückzuführen
- erläutere dann den zweidimensionalen Fall und gehe dabei genauer auf Sweep-Charakteristika ein: insbesondere die Sweep-Status-Struktur und Ereignisse, erkläre informell den Ablauf des 2dimensionalen Sweep (Kurseinheit 2), dann etwas genauer die Zugriffseigenschaften von SSS und ES und hierfür geeignete Datenstrukturen, so daß schließlich O(n log n) Zeitkomplexität herauskommt.
- gehe noch auf den 3dimensionalen Fall ein, erläutere die Problematik, daß es schneller als O(n^2) nur mit entsprechend effizienten Datenstrukturen werden kann, erkläre nicht sehr detailliert die Prinzipien von k-d-Baum und Bereichsbaum, dabei auch Effizienz von Aufbau und Zugriff; Dr. Icking fragt jeweils nach, ob dies statische oder dynamische Datenstrukturen sind
- ich erkläre, daß der k-d-Baum statisch aber dynamisierbar ist und dies aber zu Lasten der Zugriffseffizienz geht; es ergibt sich eine kurze Diskussion über das Wie des Dynamisierens, denn normales "Auswiegen" des Baumes geht nicht, weil mit jedem Schritt in die Tiefe die Dimension wieder wechselt;
- ich erkläre, daß der Bereichsbaum nicht dynamisch ist und warum er es nicht sein muß; siehe in Kurseinheit 4 am Schluß

Dr. Icking fragt noch nach Voronoi-Diagramm für Liniensegmente (die Zeit war schon fast um), zumindest zeichnen wir noch schnell den Bisektor
- Konstruktion des Bisektors für zwei Liniensegmente, Erläuterung warum und wo Parabel, Strecke, Halbgerade, wieviel Stücke höchstens

Fazit: Dr. Icking ließ mich weitgehend frei ausführen, was ich zu der jeweiligen Frage zu sagen hatte; ich kannte ihn bereits aus einer Prüfung über Betriebssysteme letztes Jahr. Der Verlauf der Prüfung könnte aus diesem Grund untypisch sein, und auch noch aus einem weiteren
Grund: ich hatte am Samstag direkt vor der Prüfung am Studientag in Hagen teilgenommen und hatte dort ein paar andere Beweise schon durchführen können, insbesondere den mit der Tür in der Wand. Es kam keine Frage zu diesem Themenkomplex (kompetitive Algorithmen), aber jeder Prüfling sollte sich darauf einstellen, daß so eine Frage normalerweise kommt.

Im übrigen kann ich mich den anderen Protokollschreibern anschließen:
Dr. Icking ist ein äußerst angenehmer Prüfer, den ich wirklich nur wärmstens empfehlen kann. Ich neige eigentlich sehr stark zu Prüfungsnervosität, bei Dr. Icking ist das weitgehend verschwunden.

Prüfungsprotokoll

Kurs : 1840 – Algorithmische Geometrie
Kursversion vom 31.03.2006
Prüfer : Dr. Icking
Beisitzerin : Lihong Ma
Datum : 04.05.2006
Note : 1,7 / 3,0

Die nachfolgenden Prüfungsthemen/-fragen wurden aus zwei mündlichen Prüfungen, die aufeinander folgten, zusammengestellt.

1. Sweep-Paradigma
   - Bennennung der Charakteristika
   - Beweisidee der unteren Schranke Omega(n log n)
   - Wann benötigt man eine Ereignisstruktur?

2. Sweep im 1-,2- und 3-dimensionalen Raum
   - für 1-d einfache Angabe des Algorithmus
   - für 2-d genaue Beschreibung der SSS und O-Notation der einzelnen Operationen
   - genauer Beweis, dass die Bereichsanfrage immer weniger als 11 Resultate erbringt, also konstant ist und Idee des Beweises für die Schranke 6
   - für 3-d einfache Angabe des Algorithmus und Angabe einer möglichen Datenstruktur für die Bereichsanfrage (Es sollte der Bereichsbaum in der statischen und dynamischen Version mit O-Notation für die Operationen genannt werden.)

3. Kunstgalerie-Problem
   - Aufzeichnen des Toblerone-Polygons
   - genauer Beweis mit 3-Färbung

4. Suche nach der Tür in der Wand
   - Allgemeine Charakteristika von kompetitiven Strategien
   - Angabe der Strategie
   - genauer Beweis des Faktors 9
   - Angabe, dass dieser Faktor 9 auch optimal ist (nicht der Beweis, der über 3 Seiten im Kurstext geht)

Der Einstieg in die 2. Prüfung erfolgte über das Sortieren

5. Unter Schranken
   - Wie ist die untere Schranke und wie wird sie bewiesen? (Entscheidungsbaum erläutern etc.)

6. Konvexe Hülle
   - Wie steht die untere Schranke der konvexen Hülle mit der des Sortierens in Zusammenhang? (Prinzip der Reduktion und dann konkret Reduktion Sortierproblem auf die Konstruktion der konvexen Hülle)

7. Verfahren zur Konstruktion der konvexen Hülle
Wie kann denn nun konkret die konvexe Hülle konstruiert werden?
   - Verfahren aufgezählt und Konturpolygon (selbst gewählt) ausführlich erläutert.
   - Detaillierte Analyse der Laufzeit über die einzelnen Phasen. Warum ist das „Bereinigen“ in O(n) möglich?
   - Nachfrage zum Zusammenhang der unteren Schranke des Sortierens/Konstruktion konvexe Hülle und der linearen Laufzeit bei der Konstruktion über das Konturpolygon.

8. Voronoi-Diagramme
   - Definitionen: V-Diagramm, V-Region, V-Kanten etc.
   - Eigenschaften der V-Regionen aufzählen.
   - Zu einer Punktmenge V-Diagramm und Delaunay-Triangulation (DT) zeichnen.
   - Eigenschaften der DT-Dreiecke (Maximalität der kleinsten Winkel etc.)
   - Inkrementelle Konstruktion der DT (Konflikt Punkt←→Dreieck, Edge-Flip etc.)
   - Wie kann die Laufzeit optimiert werden? (Randomisierung)
   - Wie ist dabei die obere Schranke? (Immer noch $O(n^2)$!)

Herr Dr. Icking ist als Prüfer zu empfehlen. Er schafft eine sehr entspannte Prüfungsatmosphäre und man kann seinem Gesichtsausdruck entnehmen, ob man sich auf dem richtigen Weg befindet. An einigen Stellen war es nicht ganz klar, worauf er hinaus wollte. Ihm sind die allgemeinen Kernaussagen der einzelnen Themen und Beweisideen wichtig, die nicht immer in der Schärfe im Kurstext enthalten sind.

Kurstext: 2005 (der Neue!)
Datum: 23.09.2005
Dauer: 25 min
Prüfer: Dr. Icking
Beisitzerin: Lihong Ma
Ort: Hagen
Ergebnis: 1,7

- Dichtestes Punktepaar im 1/2/3 dimensionalen
  * beim eindimensionalen kam auch die Sprache auf epsilon-Closeness und was das genau ist
  * man muss genau wissen was für eine Datenstruktur für die SSS verwendet wird (AVL Baum und warum dieser optimal ist)
  * Aufwand im 3-dimensionalen war auch gefragt und was für eine Datenstruktur hier für die SSS sinnvoll ist (Bereichsbaum schien mir am besten geeignet; Icking nickte, ich musste den Baum aber nicht beschreiben)
- Kern
  * Definition
  * Konstruktion in O(n)
- Wächterproblem
  * Aufwand mit Beweis (3 färben)
  * Beispiel --> Toblerone
    Ich hatte erst die Stege zwischen den Ecken vergessen, konnte mich dann aber noch korrigieren; Icking meinte daraufhin, man soll die Schokolade ja auch brechen können. :-)
- Bin packing
  * was ist das
  * kompetitiver Faktor mit Beweis

Kurstext: 2005 (der Neue!)
Datum: 23.09.2005
Dauer: 25 min
Prüfer: Dr. Icking
Beisitzerin: Lihong Ma
Ort: Hagen
Ergebnis: 1,3

- Voronoi-Diagramm
  * einzeichnen
  * Anwendungszweck: Konvexe Hülle --> Beweis
  * inkrementelle Konstruktion (ohne DAG!), dabei noch kurz auf Delaunay-Dreiecke eingegangen
- Bin Packing
  * was ist das
  * kompetiver Faktor mit Beweis, dabei, was bedeuten die einzelnen Teile des Beweises.
- Türsuche: komp. Faktor mit Beweis
- Bisektoren bei Linien auf und einzeichnen (Linien durfte ich mir selbst waehlen)

Gedächtnisprotokoll 1840 Algorithmische Geometrie

Kurstext: SS2005 (der Neue!)
Datum: 16.07.2005
Dauer: 25 min
Prüfer: Dr. Icking
Beisitzerin: Lihong Ma
Ort: Studienzentrum München
Ergebnis: 1,3

Dichtestes Paar in 1D, 2D, 3D:
- sinnvoll in 1D (ja)
- Algorithmen beschreiben
- Komplexität (welche, warum)
- Was wird genau in der SSS gehalten
- Welche Datenstrukturen sinnvoll? Welche O für einfügen/entfernen

Kern:
- Definition
- Konstruktion
- Auch in O(n) möglich? Wie? Warum geht das?

Wächter:
- wie viele sind notwendig um einen Raum zu überwachen?
- Wie beweist man das (3 färben)

Binpacking:
- was ist das?
- Welcher kompetitive Faktor

Suche der Tür in der Wand:
- kompetitiver Faktor
- Summe aufschreiben und wissen das man das beweisen kann

Ich habe es natürlich nicht geschafft die Stichpunkte sofort nach der Prüfung in ein Protokoll zu verwandeln… Sorry. Also muss das hier reichen.
Ich wurde nach dem neuen Kurstext geprüft. Da das alte Kapitel 3 (neues Kapitel 4) entschärft wurde, ist es NICHT mehr möglich eine Kurseinheit auszuschließen. Es ist aber ehrlich gesagt auch nicht mehr möglich. Meine Prüfung ist der Beweis dafür, dass nicht immer Voronoi daran kommt.
Ansonsten kann ich mich den Anderen nur anschließen. Sehr nette, gelassene Prüfungsatmosphäre (es war meine erste mündliche Prüfung). Dr. Icking möchte sehen, das man einen sehr guten Überblick über den gesamten Kurs hat. Es ist gut zu wissen welche Algorithmen es zu einem Thema gibt. Einen sollte man dann mindestens auch noch ausführlich wissen (z.B. Kern in O(n)). Ich kann sowohl den Kurs als auch den Prüfer wärmstens weiter empfehlen.
Lihong Ma hat (nach einer super newsgroup Betreuung) zum Ende des Kurses Fragen zu jedem Kapitel rausgegeben. Ich habe diese Fragen für mich beantwortet und wir sind sie zu viert durchgegangen. Den letzten Lerntag habe ich damit verbracht die Antworten meinen Fischen frei vorzutragen (wahlweise sind auch anderen Haustiere oder Einrichtungs-gegenstände geeignet, uneingeweihte Personen werden zu schnell ungeduldig weil sie meist nur Bahnhof verstehen). War wohl eine ganz brauchbare Vorbereitung ;-)
VIEL GLÜCK!

Verteilte Systeme

Datum: 27.09.2004
Prüfer: Dr. Icking
Prüfung: Diplom I
Note: 1,0

- Was ist das art-gallery-Problem?
  Erklärt.
- Wie viele Wächter benötigt man um ein einfaches Polygon zu überwachen?
  [n/3] ; Beweis der unteren und oberen Schranke.
- Wann genügt 1 Wächter um ein Polygon zu überwachen?
  $\ker(P) \neq \varnothing$
- Was ist der Kern eines Polygons?
  Durchschnitt von Halbebenen.
- Wie kann man den Kern konstruieren?
  Über den Durchschnitt von Halbebenen; allerdings suboptimal.
- Gibt es ein besseres Verfahren?
  Verfahren mittels B und F Folgen erklärt.
    - Zwischenfrage: Sind in B und F nur noch wesentliche Kanten?
      Nein
    - Zwischenfrage: Warum begünstigt es das Verfahren, das die Geraden in B bzw. F aufsteigend nach Steigung sortiert sind?
      Dualität zwischen Punkt und Gerade erklärt, mit der Berechnung von Halbebenenschnitt über die Bildung der konvexen Hülle.
- Wie findet man den Kern, wenn das Polygon unbekannt ist?
  CAB erklärt (kam nur bis zum ersten Fall im Kurstext, dann unterbrach Dr. Icking).
- Was macht die diese Strategie aus?
  (gemeint war der kompetitive Faktor) genannt, ohne Beweis, Kompetitive Strategie im allgemeinen erklärt.
- Warum ist CAB eine kompetitive Strategie?
  Selbstnähernden Weg erklärt.
- Voronoi-Diagramm von 4 Punkten zeichnen.
- Definition von Voronoi-Diagramm und Voronoi-Region
    - Zwischenfrage nach Voronoi-Kante und Voronoi-Region
      Gezeigt, mit Eigenschaften.
- Was ist der duale Graph von einem Voronoi-Diagramm?
  Delaunay-Triangulation (Ausgesprochen: Delonee-Triangulation); mit eingezeichnet.
- Wie kann man eine gegebene Delaunay-Triangulation in ein Voronoi-Diagramm umwandeln?
  Voronoi-Knoten sind die Mittelpunkte der Umkreise der Delaunay-Dreiecke. Voronoi-Kanten sind Anschnitte der Mittelsenkrechten von Delaunay-Kanten.
- Wie kann man eine Delaunay-Triangulation in optimaler Zeit konstruieren?
  Inkrementelles Verfahren erklärt.
- Wie kann man die Laufzeit verbessern?
  Delaunay-DAG erklärt; also das er Hilft die Konfliktdreiecke zu finden und das die Laufzeit im Mittel auf $O(n*\log n)$ ist. Im worst-case weiterhin $O(n^2)$.
    - Zwischenfrage: Was heißt im Mittel?
      Wenn alle Eingaben mit der gleichen Wahrscheinlichkeit vorkommen.

Und dann war die Zeit um. Dr. Icking lässt einen ausführlich erklären und greift nur lenkend ein. Insgesamt waren die Fragestellungen darauf ausgerichtet zu erfahren, ob der Prüfling den Gesamtüberblick über das Thema hat. Weniger ging es um Detailfragen. Das merkt man, glaube ich, ganz gut an den Zwischenfragen.
Herr Icking ist ein sympathischer Prüfer und unbedingt zu empfehlen.

Allen Viel Erfolg !!!

Prüfungsprotokoll Algorithmische Geometrie (01840)

Prüfer: Dr. Christian Icking
Kurs: 01840 Algorithmische Geometrie
Datum: 10.03.2003
Note: 2+

Inhalt:

Sortieren
- Was für eine untere Laufzeit-Schranke gibt es?
- Wie funktioniert der Beweis für die Anzahl von benötigten Vergleichen?

Untere Laufzeit-Schranken:
- Kann man die untere Schranke für das Sortieren auch auf andere Probleme übertragen?
- Wie funktioniert eine solche Übertragung im allgemeinen?
- Wie funktioniert der Beweis der unteren Schranke für die Bildung der konvexen Hülle?

konvexe Hülle
- Wie kann man die konvexe Hülle in der optimalen Laufzeit konstruieren?
- Wie wird das Konturpolygon bestimmt?
- Wie bildet man anschließend die konvexe Hülle?
- Welche Laufzeit ergibt sich?
- Welche Laufzeit ergibt sich, wenn die Punkte schon nach x-Koordinate sortiert sind?

Voronoi-Diagramm
- Zeichnen Sie für diese 4 Punkte (auf Zettel vorgegeben) das Voronoi-Diagramm ein!
- Wie ist es definiert?
- Was ist eine Voronoi-Region?
- Was für Eigenschaften hat eine Voronoi-Region?

Delaunay-Triangulation
- Zeichnen Sie auch die Delaunay-Triangulation ein!
- Wie ist sie definiert?
- Was gilt für den Umkreis eines Dreieckes der Delaunay-Triangulation?
- Wie kann man mit diesem Ansatz die Delaunay-Triangulation inkrementell konstruieren?
- Welche Laufzeit ergibt sich? (Dabei: Wie viele Kanten kann denn ein Delaunay-Knoten haben?)
- Sagen Sie kurz, wie man den Delaunay-DAG dazu nutzen kann, die erwähnte Laufzeit auf O(n log n) zu beschränken?
- Welche Eigenschaft des Delaunay-DAG ist entscheidend?

Kompetitive Analyse
- Was ist eine kompetitive Strategie?
- Was ist ein kompetitiver Faktor?
- Was ist eine optimale kompetitive Strategie?
- Ist der kompetitive Faktor dann immer 1?

Türsuche
- Wie funktioniert die optimale Suche nach einer Tür in einer langen Wand?
- Welcher kompetitive Faktor wird erreicht?
- Ist das optimal?

Bemerkung:

Auch ich durfte mir, wie wohl traditionell bei den Prüfungen über Kurs 01840 üblich, eine Kurseinheit aussuchen, die in der Prüfung ausgeklammert werden sollte. Ich entschied mich für die mit Abstand am schwersten zu lernende Kurseinheit 3. Auch diese Entscheidung scheint der Tradition zu entsprechen.
Die Benotung empfand ich als streng, aber nicht ungerecht. Herr Icking legt Wert darauf, dass alles zügig und ohne viel Überlegen vorgetragen wird. Die Begründung dafür, dass ich keine 1 bekam, war unter anderem, dass er bei anderen Studenten in der gleichen Zeit mehr Stoff abfragen kann. Es ist also dazu zu raten, (wie übrigens bei allen anderen mündlichen Prüfungen auch) eher die Antworten auf die Fragen aus den Prüfungsprotokollen zu automatisieren, fast auswendig zu lernen, und sie knapp und präzise zu halten. Die Kursinhalte in aller Breite verstanden zu haben, gibt ein besseres Gefühl, aber scheint mir für die Prüfung eher unwichtig zu sein.

Prüfung: Hauptdiplom Algorithmische Geometrie 1840
Prüfer: Dr. Icking
Termin: 30.07.2001
Note: 1.3

Die Prüfung dauerte genau 25 min, worauf Dr. Icking streng achtete. Die Atmosphäre war recht locker.

1) Dr. Icking malte ein Polygon auf.
Dazu sollte ich den Kern bestimmen. Dann fragte er nach den Eigenschaften des Kerns, und wollte genaueres zum Thema Sichtbarkeit wissen.
2) Im gleichen Polygon sollte ich dann den Weg des CAB-Algorithmus einzeichnen. Das wurde etwas chaotisch, da ich nach dem Einzeichnen des Kerns kaum kehr erkennen konnte, welche Linien zum ursprünglichen Polygon gehört haben. Zur Erleichterung durfte ich dann eine andere Farbe benutzen. Das half allerdings auch nicht viel. Dann wollte er noch Genaueres über die Eigenschaften dieses Weges hören (kompetitiver Faktor!)
3) Als nächstes malte er einige Punkte auf. Ich musste dazu das Voronoi-Diagramm erstellen. Dann ging es wiederum um die genaueren Eigenschaften (unbeschränkte Regionen ⇔ konvexe Hülle (+Beweis)). Zum Schluß durfte ich mir aussuchen, welche Konstruktion ich erklären wollte (ich nahm den Sweep).
4) Dann sollte ich die Delaunay-Triangulation einzeichnen und die Eigenschaften dazu erläutern (zwei Punkte auf Kreisrand, drei Punkte auf Umkreis, Maximalität des kleinsten Winkels).
5) Zuletzt kam noch das Bestimmen des kleinsten Abstandes von Punkten in der Ebene dran.

Man sollte sich auf jeden Fall darauf einstellen, dass man vieles zeichnen muß, und zwar auch unter ungünstigen Bedingungen. Allerdings darf man dabei auch Unsicherheiten zeigen. Insgesamt ist die Bewertung auch entgegenkommend.

Prüfungsprotokoll Diplomprüfung Algorithmische Geometrie

Prüfer: Dr.Christian Icking

Datum: 06.06.2001

Dauer: 30min

Note: 1.0

Fangen wir doch mal mit dem dichtesten Paar an...

In welcher Dimension?

Erst mal im Eindimensionalen – wie würden Sie das machen?

Hmm – erst mal sortieren und dann das Minimum berechnen

Okay – und im Zweidimensionalen?

Habe den Sweep erklärt und wurde ziemlich detailliert nach der Realisierung der SSS gefragt und musste ziemlich genau sagen, warum die Laufzeit denn jetzt O(n log n) ist.

Gut – und wie ist es im R^3?

Hier bin ich kurz auf die sweep plane eingegangen und habe gesagt, dass die Bereichsabfrage hier in einer zweidimensionalen Struktur stattfindet und dass deshalb das Laufzeitverhalten auch mit O(n (e(n)+b(n)) von der Realisierung dieser Struktur abhängt.

Anderes Thema – er malte 4 Punkte auf und ich sollte das Voronoi-Diagramm zeichnen. Erklären Sie mal genau, was ein Voronoi-Diagramm ist.

Habe erklärt, dass die Regionen durch den Schnitt von n-1 Halbebenen entstehen und einige Eigenschaften des Diagramms erklärt. Voronoi-Kante und Voronoi-Knoten

Malen Sie jetzt mal den dualen Graphen – was ist das dann?

Die Delaunay-Triangulation.

Welche Eigenschaften hat die denn jetzt?

Größte Winkelfolge – musste ich genauer erklären. Größter leerer Kreis.

Was kann man denn mit so einem Voronoi-Diagramm oder der Delaunay-Triangulation genau machen?

Mir fielen auf Anhieb nur dichteste Abstände zu allen Punkten und die konvexe Hülle ein. Das musste ich dann auch genau erklären und habe das mit dem Kreis dessen Mittelpunkt immer weiter nach außen wandert zwar nicht gut gemalt aber wohl ausreichend erklärt.

Wie ist das jetzt mit dem größten Kreis?

Habe versucht eine willkürliches konvexes Polygon über das Voronoi-Diagramm zu machen und habe erklärt, wo sich der Mittelpunkt nur befinden kann und wie man jetzt herausbekommt, wo die Schnittpunkte sind und warum das genau in O(n+m) Zeit funktioniert.

Dann ging er zu einer langen Wand mit einem Roboter, der nur mit dem Tastsensor ausgestattet ist, über

Habe erklärt, wie das mit der Suchtiefenverdoppelung pro Schritt ist und wie man damit auf einen kompetitiven Faktor von 9 kommt.

Was genau ist ein kompetitiver Faktor?

Habe $K_S(P) \leq C * K_{opt}(P) + A$

Gibt es einen besseren als 9?

Wusste ich nicht, hab aber mal nein geschätzt – ohne Beweis. Es stimmte, er meinte aber auch, dass der Beweis ziemlich lang war!

Dann hat er ein Polygon aufgemalt – wollte es sternförmig machen – hat auch funktioniert.

Das habe ich erkannt und sagt, dass es sternförmig ist und dass das bedeutet, dass der Kern nicht leer ist.

Dann sollte ich den Kern mal schnell einmalen. Wie lange braucht man dafür?

Erst mal hab ich's normal über den Durchschnitt der Halbebenen gemacht und dann grob den Algorithmus mit Winkelbestimmung, F und B und der Ausnutzung der Dualität zwischen Geraden und Punkten über konvexe Hülle für sortierte Punkte erklärt.

Jetzt stellen Sie sich mal vor, Sie kennen das Polygon noch gar nicht und starten hier – wie gehen sie dann vor?

Habe die Strategie CAB erklärt mit Gewinnbereich.

Wie ist da der kompetitive Faktor?

5,3331 – weil CAB immer selbstnähernde Wege erzeugt.

Angenehme Prüfungsatmosphäre. Dr. Icking wirkt sehr locker und macht es einem dadurch auch etwas leichter reinzukommen. Dr. Icking fragte sofort am Anfang nach einer Kurseinheit, in der ich nicht geprüft werden wollte und fragte, ob mir das klar gewesen sei. Ich war mir vorab nicht so sicher und sagte das auch und daraufhin meinte er, er müsse das wohl etwas offizieller machen – damit es allen Prüflingen von vornherein klar sei. Ich habe – wie die meisten – auch KE3 gewählt.

Viel Erfolg!

Prüfung 1840: Algorithmische Geometrie 04.12.2000 – Note 1,3, 25 min
Prüfer: Dr. Icking (Fragen des Prüfers in Kursivschrift)

(1) Sweepr Maximaler Abstand zweier Punkte

Wie bestimmt man den maximalen Abstand zweier Punkte
- im Iß' /im IR^2 /im IR^3

- Jeweilige Beschreibung des sweeps in den verschiedenen Dimensionen
- Im IR^2 wurde es dann genauer: Aufmalen des Bildchens dazu
- *Wie wird die SSS implementiert und warum?* (AVL-Baum: Reduktion auf eine Dimension tiefer; im IR^2 ist das dann die Projektion auf die sweep-line
- *Wie sind die einzelnen Laufzeiten im IR^2 genau?*
- O(n log n) für das Sortieren nach der x-Koordinate
- Einfügen / Löschen im AVL-Baum 0(log n) (n Punkte sind ja maximal in der SSS)
- Bereichsanfrage: 0(log **n** + **k**), wobei **k** die Anzahl der berichtenden Punkte, die sog. **Größe der Antwort**
- while-Schleife O(n)-mal durchlaufen
- ⇒ **Gesamtlaufzeit: 0(n** log **n** + $\sum_{i=3}^{n} k_i$ **),** hierbei k_i Größe der Antwort der i-ten Bereichsanfrage beim Einfügen des i-ten Punkts.
- Problem der Abschätzung von $\sum_{i=3}^{n} k_i$
- *Warum ist k nicht abhängig von n?*
  Lemma 2.3 Sei M > 0 und P eine Menge von Punkten in der Ebene, von denen je zwei mindestens den Abstand M voneinander haben.
  ⇒ Ein Rechteck mit den Kantenlängen M und 2M enthält **höchstens 10 Punkte** aus P.
- *Wie reduziert sich dann die Dimension im IR^3 auf eine Dimension tiefer?* Statt einer sweep-line dann eine sweep Ebene; die betroffenen Objekte sind dann statt in einem Quader in einer Ebene zu suchen.
- In einer Übungsaufgabe ist dann gezeigt worden, dass es höchstens 6 Punkte sein können. Dazu habe ich noch das Bildchen des Rechtecks mit Kantenlänge MaxSoFar und 2*MaxSoFar und die sechs Kreise mit Radius MaxSoFar aufgemalt.

(2) Voronoi-Diagramm

Aufmalen von 4 Punkten in der Ebene: ich sollte dann das Voronoi-Diagramm dazu zeichnen

- Definition des Voronoi-Diaaramms

(a) **Voronoi-Region von p bezüglich** S: VR(p, S) = $\bigcap_{q \in S \setminus \{p\}} D(p,q)$, wobei

$$D(p,q) = \{x \in IR^2; |px| < |qx|\}$$

(b) Werden nun die Voronoi-Regionen aller Punkte p ∈ S aus der Ebene entfernt, entsteht das **Voronoi-Diagramm V(S) von** S, es bleiben die Punkte aus S, sowie alle Punkte aus IR^2 übrig, die *keinen eindeutigen* nächsten, sondern **mindestens zwei** nächste Nachbarn in S besitzen. Punkte auf dem gemeinsamen Rand zweier Voronoi-Regionen stammen offenbar aus den ursprünglichen Bisektoren.

Definition der Voronoi-Region in Worten:
Die Voronoi-Region von p enthält also alle Punkte der Ebene die zu p näher stehen als zu irgend einem anderen Punkt x ∈ S.

Sind die Voronoi-Regionen konvex? Warum?

Ja. Schnitt konvexer Mengen.

- ***Verbindung Voronoi-Diagramm zur konvexen Hülle***

Theorem 5.4 Aus dem Voronoi-Diagramm V(S) einer n-elementigen Punktmenge S lässt sich in **Zeit O(n)** die **konvexe Hülle von** S ableiten.

- ***Beweis, dass genau die Punkte auf ch(S) unbeschränkte Regionen besitzen***

Lemma 5.2 Ein Punkt p ∈ S hat eine unbeschränkte Voronoi-Region ⇔ Er liegt auf dem Rand der konvexen Hülle von S.

Beweis:

„⇒“

- Wenn VR(p, S) unbeschränkt ⇒ 3 anderer Punkt q in S, so dass V(S) ein unbeschränktes Stück des Bisektors B(p, q) als Kante enthält.
- Punkt x auf diesem Bisektor betrachten und Kreis C(x) dazu durch p und q.
- Kreis entlang der Kante gegen ∞ wandern. Gäbe es Punkt r rechts ⇒ Kreis würde durch alle drei Punkte gehen ⇒ nach Lemma 5.1 wäre dies Endpunkt der Voronoi-Kante ⇒ Widerspruch zur Unbeschränktheit.

⇒ Alle Punkte aus S\{p, q} müssen in der linken Halbebene liegen ⇒ Liniensegment pq gehört zur konvexen Hülle.

„⇐“

- p,q zwei benachbarte Ecken von ch(S), S läge links von der Senkrechten durch p und q.

⇒ RnC(x) und L∩C(x) können für x ∈ B(p, q) keine Punkte aus S enthalten

⇒ Ein unbeschränktes Stück von B(p, q) bildet eine Voronoi-Kante und VR(p, S) und VR(q, S) sind unbeschränkt.

Für die Prüfung reichte ⇒ aus, Rückrichtung habe ich nicht mehr bewiesen.

(3) Delaunay-Triangulation

- ***Wie wird die Delaunay-Triangulation konstruiert?***

Je zwei Punkte p,q ∈ S werden mit einer Kante verbunden, wenn ihre Voronoi-Regionen VR(p, S) und VR(q, S) an eine gemeinsame Voronoi-Kante in V(S) angrenzen. Diese neue Kante p,q nennt man ***Delaunay-Kante.*** Die entstehende Menge von Kanten nennt man die ***Delaunay-Zerlegung*** **DT(S) der Punktmenge** S (oder auch **Delaunay-Triangulation)**

Lemma 5.16 Die Delaunay -Zerlegung ist eine kreuzungsfreie geometrische Realisierung des dualen Graphen des Voronoi-Diagramms. DT(S) = V(S)

⇒ Von V(S) nach DT(S) und zurück in O(n) Zeit!!!

Bei der Frage nach der Delaunay-Triangulation habe ich dann in das vorhandene Diagramme die Triangualation gleich mit eingemalt.

Eigenschaften der Delaunay-Triangulation:

(a)
Übung 5.6
(i) Zwei Punkte p,q ∈ S sind eine Delaunay-Kante verbunden
⇔ 3 Kreis, der nur p,q auf seinem Rand enthält und keinen Punkt aus S in seinem Innerem.

(b)
Lemma 5.18 (Charakterisierung der Delaunay-Dreiecke)

Drei Punkte p, q, r aus S definieren ein Dreieck von DT(S)
⇔ Der eindeutig bestimmte Kreis durch p, q, r (Umkreis des Dreiecks tria(p, q, r) enthält keinen Punkt aus S in seinem Innern.

Zu (a) und (b) habe ich dann jeweils ein Bildchen gemalt.

(c) Delaunay-Triangulation hat maximale Winkelfolge
Theorem 5.17 (Größte Winkelfolge)
Sei S eine Menge von n Punkten in der Ebene, von denen keine vier auf einem gemeinsamen Kreisrand liegen.
⇒ Die Delaunay-Triangulation hat unter allen Triangulationen von S die größte Winkelfolge, hierdurch ist DT(S) eindeutig bestimmt.

Was heißt dabei maximale Winkelfolge?
Was ist eine Triangulation generell? Was zeichnet eine Delaunay-Triangulation aus?

Bildchen gemalt mit verschiedenen möglichen Triangulationen.

(5) Konstruktion Voronoi/Delaunay

Ich durfte mir aussuchen, ob Delaunay / Voronoi und auch, welches Konstruktion genau. Habe Delaunay und die geometrische Transformation gewählt und Vorgehensweise anhand eines Bildchens erklärt.

- Nehme die endlich vielen Punkte aus S.
- Transformiere sie mittels Transformation (x,y) -> (x, y, $x^2 + y'$) in den $\mathbb{R}^3$
- Bilde dort die komplexe Hülle (geht in O(n log n).
- Theorem 6.19 ⇒ Rücktransformation in den $\mathbb{R}^2$ ergibt genau Delaunay-Triangulation.

Habe auch das mit dem Schnitt Ebene / Paraboloid im Gespräch noch genauer erklärt.

(6) Kompetitive Strategie zum Finden einer Tür in einer Wand. Kurze Erläuterung des kompetitiven Faktors und wie man darauf kommt.

- *Definition kompetitiv*
- *Wie groß ist kompetitiver Faktor hier?*

Definition: **(kompetitiver Faktor)**

Strategie S ist kompetitiv mit Faktor C ⇔	3 Zahl A: ∀ P ∈ Π: $K_S(P) \leq C^*K_{opt}(P) + A$
Kompetitiver Faktor	C ≥ 1 (C, A können ∈ IR sein; dürfen von Π und S abhängen, nicht von P)

- Zur rechten Seite: Suchtiefen
$2^0, 2^2, 2^4, \ldots$: gerade Zweierpotenzen
- Zur linken Seite: Suchtiefen
$2^1, 2^3, 2^5, \ldots$ ungerade Zweierpotenzen
$\Rightarrow$ Weglänge insgesamt $= 2^0+2^0+2^1+2^1+\ldots+2^{2j}+2^{2j}+2^{2j+1}+2^{2j+1}+2^{2j}+\varepsilon$
$= 9*2^{2j} - 2 + \varepsilon < 9d.$

Theorem 7.10 Die Strategie der abwechselnden Verdopplung der Suchtiefe ist **kompetitiv mit dem Faktor 9.**

Wie genau entsteht der Faktor?
Was ist hier Kopt(S)? Was ist hier d?

Ich hab dann noch erklärt, warum $2^0+2^1+\ldots+2^i$ immer $< 2^{i-1}$

Geht es auch mit Faktor < 9?

Theorem 7.11 (Verdopplungsstrategie optimal; kleinerer Faktor als 9 ist nicht möglich)
Jede kompetitive Strategie zum Auffinden eines Punkts auf einer Geraden hat einen Faktor $\geq$ **9.** $\Rightarrow$ **Keine kompetitive Strategie kann bei der Suche nach einer Tür in einer langen Wand einen kleineren Faktor als 9 garantieren.**

Habe dann noch erklärt, dass der Beweis viele Dinge aus der Linearen Algebra verwendet, z.B. lineare Rekursionen, Eigenwerte, Eigenvektoren, aber auch Polarkoordinaten von komplexen Zahlen. Den Beweis sollte ich dann nicht erzählen.

(6) Sortierproblem; welche Komplexität und warum?

Warum $\Omega(n \log n)$?

Beweis mit vergleichsbasiertem Entscheidungsbaum zitiert.

Warum $\Theta(n \log n)$?

Weil, wie gesagt, Sortierproblem hat untere Schranke $\Omega(n \log n)$und Merge-/Quicksott haben $O(n \log n)$

Kommentar:

Angenehme Prüfung, faire Bewertung.
Dr. Icking weiß, wie man dem Prüfling die Nervosität nimmt, ansonsten wäre die Prüfung auch nicht so gut ausgefallen, da ich im Anfang aufgrund meiner Nervosität etwas unsicher war.
Zwischendurch verliert sich auch das Gefühl, in einer Prüfung zu sitzen; man hat das Gefühl, sich mit dem Gegenüber zu unterhalten.

Tip: Wir haben die Stoff zu zweit vorbereitet und des öfteren darüber gesprochen. Das ist auch bei den Begriffen der Algorithmischen Geometrie ganz gut, da die exakten Definitionen recht mathematisch sind und die exakte Formulierung eingeübt werden sollte.

Im übrigen sind die Antworten in diesem Protokoll natürlich exakter als die, die ich in der Prüfung gegeben habe, die zugehörigen Lemmata und Theoreme habe ich hier genauer zitiert als ich es in der Prüfung getan habe.