Kurs 1701: Grundlagen der Technischen Informatik

AUFGABENSAMMLUNG ZUR HAUPTKLAUSUR AM 09.08.97

Aufgabe 1: Boolesche Algebra (20 Punkte)

a) Beweisen Sie die folgenden Gesetze bzw. Regeln der Booleschen Algebra:

(^ = Konjunktionsoperator, v = Disjunktionsoperator, $\overline{}$ = Negationsoperator)

1) Assoziativität der Konjunktion (5 Punkte)

$$A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C$$

2) Distributivgesetz (5 Punkte)

$$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

3) Regel von DeMorgan (5 Punkte)

$$\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

b) Stellen Sie die folgenden Dezimalzahlen als Dualzahlen dar:

1) 134 (2 Punkte)

2) 73 (2 Punkte)

3) 224 (1 Punkt)

Aufgabe 2: Darstellung, Analyse und Synthese von Booleschen Funktionen (20 Punkte)

Die Funktion f sei durch das folgende Karnaugh-Diagramm gegeben:

		x1	**x1**		
	1	1	0	1	
x2	1	0	1	1	
x2	0	1	1	0	**x4**
	1	1	0	1	**x4**
			x3	**x3**	

a) Geben Sie eine disjunktive Normalform (DNF) zu f an. (5 Punkte)

b) Geben Sie alle Minterme, sowie die kanonische disjunktive Normalform (KDNF) von f an. (10 Punkte)

c) Veranschaulichen Sie f am 4-dimensionalen Würfel. (5 Punkte)

Aufgabe 3: Optimierung (20 Punkte)

Die booleschen Funktionen f1 und f2 seien durch die folgende Wertetabelle gegeben:

x4	x3	x2	x1	f1	f2
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	1

a) Geben Sie für die Funktion f1 alle Primterme, alle Kernimplikanten, sowie eine kürzeste DNF an. (10 Punkte)

b) Geben Sie für die Funktion f2 alle Primterme, alle Kernimplikanten, sowie eine kürzeste DNF an. (10 Punkte)

Aufgabe 4:Spezielle Schaltnetze I (20 Punkte)

In der folgenden Tabelle ist eine alternative Kodierung (Gray-Code) der Zahlen {0, ..., 15} angegeben. Dabei sei i die dezimale, x4 bis x1 die bekannte duale Darstellung, y1 bis y 4 der Gray-Code :

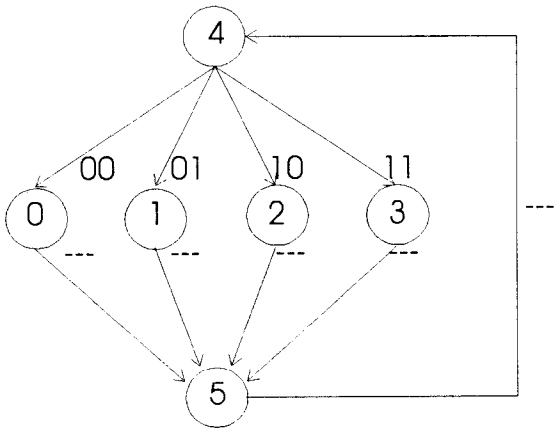
i		x4	x3	x2	x4		y1	y2	y3	y4
0		0	0	0	0		0	1	1	1
1		0	0	0	1		0	1	1	0
2		0	0	1	0		0	0	1	0
3		0	0	1	1		0	0	0	0
4		0	1	0	0		0	1	0	0
5		0	1	0	1		0	1	0	1
6		0	1	1	0		0	0	0	1
7		0	1	1	1		1	0	0	1
8		1	0	0	0		1	1	0	1
9		1	0	0	1		1	1	0	0
10		1	0	1	0		1	0	0	0
11		1	0	1	1		1	0	1	0
12		1	1	0	0		1	1	1	0
13		1	1	0	1		1	1	1	1
14		1	1	1	0		1	0	1	1
15		1	1	1	1		0	0	1	1

a) Geben Sie für alle yi (i = 1,2,3,4) eine disjunktive Normalform an. (5 Punkte)

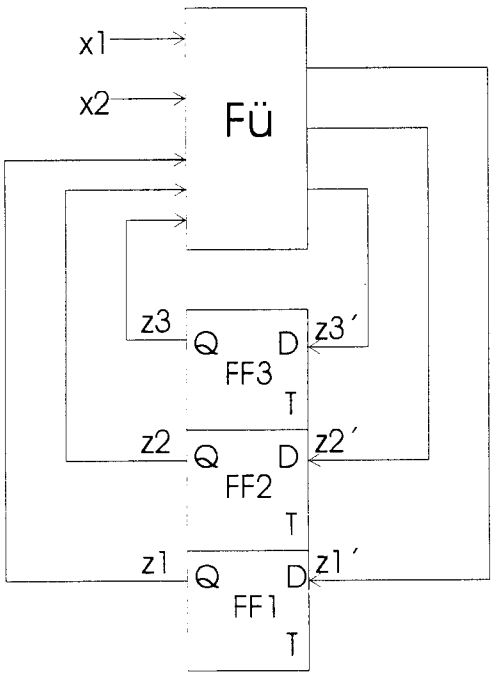
b) Realisieren Sie mit Hilfe des auf dem Lösungsblatt dargestellten PLAs eine Schaltung, die aus einer 4-Bit Dualzahl den entsprechenden Gray-Code berechnet. Markieren Sie hierzu die entsprechenden verbindungen in UND- und ODER-Matrix. (15 Punkte)

Aufgabe 6: Schaltwerke (20 Punkte)

In der folgenden Abbildung ist der Übergangsgraph eines Schaltwerks dargestellt. Dieses Schaltwerk besitzt die Zustände 0,1,2,3,4,5,6, zwei Eingänge x1,x2 und keinen Ausgang. Die einzelnen Kanten sind mit den Werten der Eingänge (in der Form X1 X2) markiert. Der Querstrich (-) steht dabei für „don´t care", d.h. der jeweilige Eingang ist für die entsprechende Kante nicht relevant.



Dieser Übergangsgraph soll mit einem Automaten der folgenden Form realisiert werden:



Der Zustand Z wird in 3 Flip-Flops (z1,z2,z3) gespeichert, wobei taktgesteuerte D-Flip-Flops verwendet werden. Die Übergangsfunktion Fü berechnet aus dem aktuellen Zustand (z1, z2, z3) und dem Wert der Eingänge (x1, x2) den nächsten Zustand (z1´, z2´, z3´).

a) Handelt es sich bei dem dargestellten Automaten um einen Mealy- oder einen Moore-Automaten ?

Aufgabe 5: Spezielle Schaltnetze II (20 Punkte)

Ein Conditional-Sum-Addierer (CSA) wie er unten dargestellt ist, funktioniert folgendermaßen:

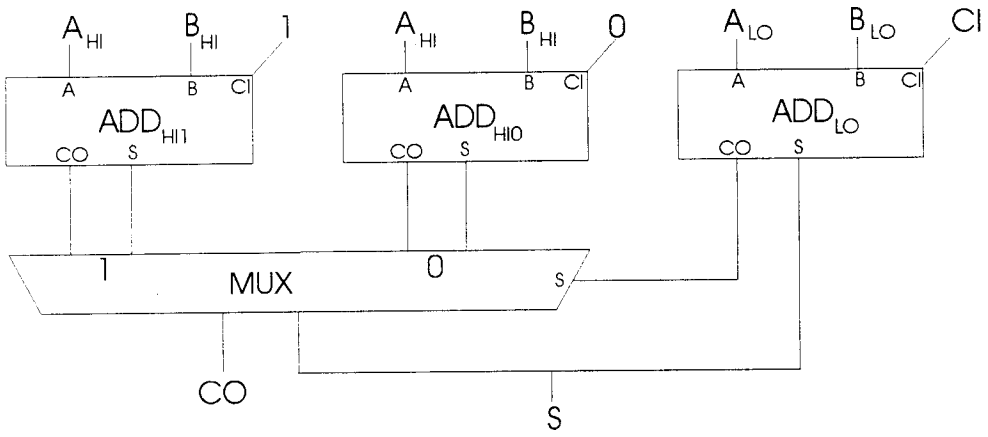
- Die beiden Summanden $A = (A_{n-1}, \dots, A_0)$ und $B = (B_{n-1}, \dots, B_0)$ werden in je 2 Hälften $A_{HI} = (A_{n-1}, \dots, A_{n/2})$ und $B_{HI} = (B_{n-1}, \dots, B_{n/2})$ sowie $A_{LO} = (A_{n/2-1}, \dots, A_0)$ und $B_{LO} = (B_{n/2-1}, \dots, B_0)$ unterteilt.

- Die beiden unteren Hälften A_{LO}, B_{LO} werden addiert (ADD_{LO}).

- Die beiden oberen Hälften A_{HI}, B_{HI} werden einmal ohne (ADD_{HI0}) und einmal mit (ADD_{HI1}) gesetztem Eingangsübertrag (CI) addiert. Durch den Multiplexer wird anschließend eines der beiden Ergebnisse ausgewählt, und zwar:

  - Das Ergebnis von ADD_{HI0}, falls der Ausgangsübertrag (CO) von ADD_{LO} nicht gesetzt (0) ist.

  - Das Ergebnis von ADD_{HI1}, falls der Ausgangsübertrag (CO) von ADD_{LO} gesetzt (1) ist.



a) Bauen Sie einen 4 Bit breiten CSA aus Volladierern und 1-Bit Multiplexern auf. Die Addierer ADD_{HI1}, ADD_{HI0} und ADD_{LO} sollen dabei als das bereits bekannte Paralleladdierwerk mit Serienübertrag (sog. Carry-Chain-Addierer (CCA)) aufgebaut werden. (15 Punkte)

b) Vergleichen Sie die Anzahl der benötigten Bauteile (Volladdierer, Multiplexer) für einen CSA und einen CCA mit einer Breite von 4 Bit. (3 Punkte)

c) Der CSA benötigt mehr Bausteine als ein CCA gleicher Breite. Trotzdem ist der CSA sehr weit verbreitet. Welche Vorteile bietet ein CSA gegenüber einem CCA ? (2 Punkte)

b) Geben Sie die Wertetabelle der Übergangsfunktion Fü in Abhängigkeit des Zustands z (repräsentiert durch z1, z2, z3) sowie der beiden Eingänge x1, x2 an.

c) Optimieren Sie mit Hilfe von Karnaugh-Diagrammen die Übergangsfunktion Fü Gehen Sie dabei für jeden Ausgang (z1, z2, z3) getrennt vor.

Lösungsblatt Aufgabe 1

a-1)

a-2)

a-3)

b-1) 134 = _ _ _ _ _ _ _ _

b-2) 73 = _ _ _ _ _ _ _ _

b-3) 224 = _ _ _ _ _ _ _ _

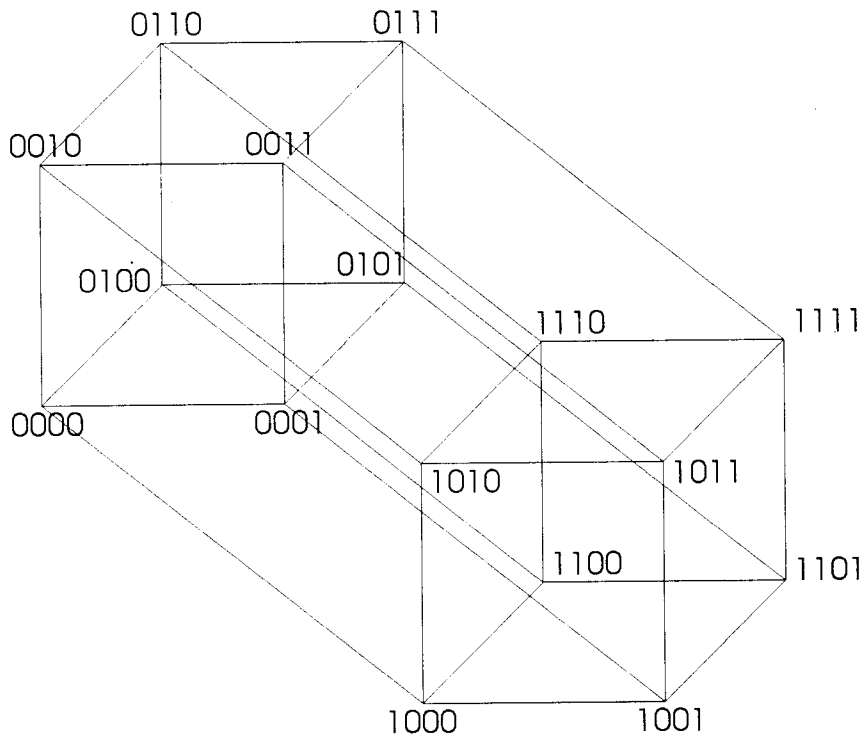
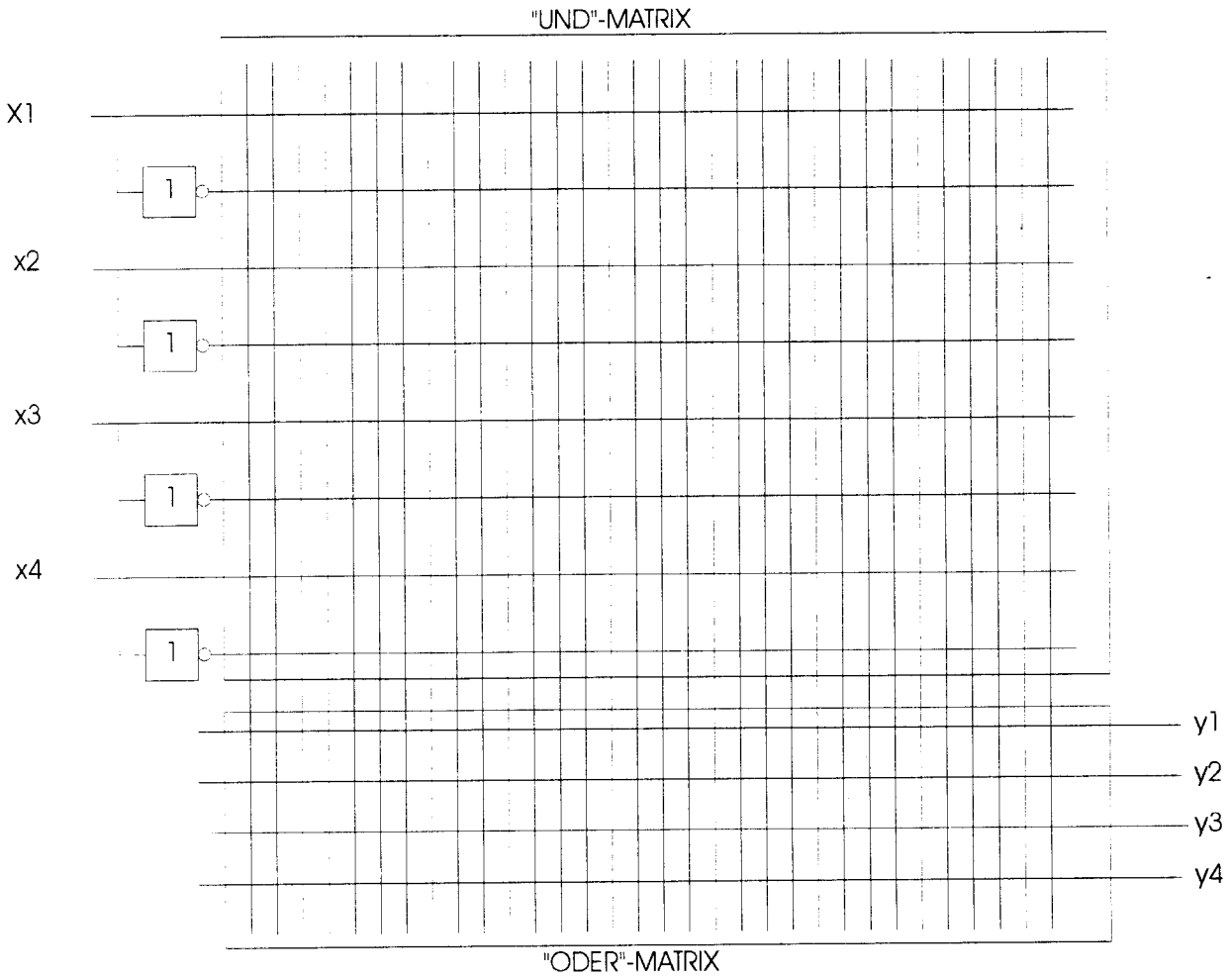
Lösungsblatt Aufgabe 2:

a) Disjunktive Normalform :

b) Minterme:

Kanonische disjunktive Normalform:

c)



d) **Lösungsblatt Aufgabe 4**