Übungsaufgaben

Studientag
„Formale Grundlagen der Informatik“
Kurs 1601

4. Februar 2006

Inhaltsverzeichnis

1 Aussagenlogik: Entscheidungsverfahren **2**

2 Normalformen **2**

3 Folgerbarkeit **2**

4 Prädikatenlogische Modellierung **3**

5 Modellierung in Prädikatenlogik **3**

6 Ableitung in Prädikatenlogik **3**

1 Aussagenlogik: Entscheidungsverfahren

Bestimmen Sie mit Hilfe des Entscheidungsverfahrens für aussgenlogische Formeln alle Modelle zu der folgenden aussagenlogischen Formel:

$$((A \vee B) \rightarrow \neg C) \wedge (E \rightarrow (C \wedge F))$$

2 Normalformen

Überführen Sie die Formel

$$((A \vee B) \rightarrow \neg C) \wedge (E \rightarrow (C \wedge F))$$

in eine disjunktive Normalform.

3 Folgerbarkeit

Zeigen Sie:

$$(A \vee B \vee C) \wedge (D \vee \neg B) \models (A \vee C \vee D)$$

4 Prädikatenlogische Modellierung

1. Folgende Informationen über Tiere seien gegeben:

   (a) Vögel sind keine Fische und umgekehrt.

   (b) Vögel haben Flügel, Fische können schwimmen.

   (c) Es gibt auch Vögel, die schwimmen können.

   (d) Vögel, die nicht schwimmen können, haben keine Schwimmhäute.

   (e) Fliegen haben Flügel, sind aber keine Vögel.

   (f) Es gibt Vögel, die Fische fressen, aber nicht alle Vögel fressen Fische.

   (g) Ein Fisch, der alle Fische frisst, die kleiner als er selbst sind, heißt Raubfisch.

   Stellen Sie die Aussagen in der Sprache der Prädikatenlogik dar. Benutzen Sie dafür die einstelligen Prädikate *Vogel, Fisch, Flügelträger, Schwimmer, Schwimmhäutebesitzer, Fliege, Raubfisch* und die zweistelligen Prädikat *frisst* und *kleiner*.

5 Modellierung in Prädikatenlogik

Das Prädikat $weg/2$ beschreibe, dass es von einem Punkt a einen Weg zum Punkt b gibt:

$$weg(x, y) \cong \text{Es gibt einen Weg von } x \text{ nach } y$$

Wir betrachten eine Menge $U := \{a, b, c, d, e, f\}$ von Knoten.

Bestimmen Sie gerichtete Kanten, so dass die Knotenmenge zusammen mit der Kantenmenge jeweils die Formeln erfüllen (d. h. für $I_i := (U, \{a, b, c, d, e, f\}, weg_i)$ gilt $I_i \models F_i$)

- $F_1 := \forall x \exists y\ weg(x, y)$
- $F_2 := (\exists x \exists y\ weg(x, y)) \wedge (\exists x \exists y\ \neg weg(x, y))$
- $F_3 := (\exists x \forall y\ weg(x, y)) \wedge (\exists x \exists y\ \neg weg(x, y))$
- $F_4 := (\forall x \exists y\ weg(x, y)) \wedge (\forall x\ \neg weg(x, a))$
- $F_5 := \forall x \forall y\ (weg(x, y) \rightarrow \neg weg(y, x))$

6 Ableitung in Prädikatenlogik

Zeigen Sie

$$(\exists x \forall y\ P(x, y)) \models (\forall x \exists y\ P(y, x))$$